

Cuando se confunde realidad con estadística y correlación con causa (ANUMERISMO* O ANALFABETISMO MATEMÁTICO)

Jorge Andrés Mejía R.**

Se ha preguntado alguna vez, ¿qué porción de su vida está ligada a los números?, Si no lo ha hecho piénselo por un breve instante, muy seguramente se dará cuenta que es muy significativa, es más, en éste momento seguramente se habrá dado cuenta de que se encuentra rodeado por números. Se esconden en los relojes, en las tallas de las camisetas, en su cédula, en los precios, en las calles; vuelan de la mano de los aviones y si por casualidad confunde alguno en su clave de cajero por más de tres veces consecutivas, tendrá que someterse a unas incómodas negociaciones en la oficina donde abrió su cuenta.

Estos hechos sin importancia, sirven sin embargo, como prueba de la importancia de los números y de la matemática en nuestra vida. Pero, ¿será realmente válida la afirmación hecha anteriormente? Es probable. Así que apelando a esa incapacidad de manejar cómodamente los conceptos fundamentales de número y azar (mejor conocido como anumerismo), enfermedad epidémica que se cierne sobre nuestra sociedad global, procederé a defender ésta afirmación.

Si usted se atreve a penetrar en este artículo, y superar un poco la barrera que impone el rigor de las publicaciones como esta, responda en su mente éste breve cuestionario:

- ¿Qué opina del número 1729?
- ¿Cree usted en un test médico que le de un 98% de fiabilidad?
- Imagine que es un General rodeado por una fuerza enemiga abrumadora que aniquilará su ejército de 600 hombres a menos que se decida por tomar una de las dos posibles vías de escape. Sus espías le dicen que si se toma la primera salida salvará 200 soldados, mientras que si se decide por la segunda hay una probabilidad de un tercio de que los 600 consigan salvarse y una probabilidad de $2/3$ de que no lo consiga ninguno. ¿Qué camino elige?

Normalmente, uno pensaría que 1729 es una fecha histórica representativa o un número cualquiera, pero, cuenta la historia de las matemáticas un anécdota, G. H. HARDY, visitó en el hospital a su protegido, el matemático

* Término que acuño el matemático JOHN ALLEN PAULOS, en *El hombre anumérico*, Tusquets Editores, 1988.

** Estudiante de décimo semestre de la Facultad de Finanzas, Gobierno y Relaciones Internacionales, Universidad Externado de Colombia.

SRINIVASA RAMANUJAN. Y sólo por hacer ameno el rato e iniciar la conversación, señaló que 1729, el número del taxi que le había llevado, era bastante aburrido, a lo que RAMANUJAN replicó inmediatamente: ¡No, HARDY! ¡No! Se trata de un número muy interesante. Es el menor que se puede expresar como suma de dos cubos de dos formas distintas.

Pero no se asuste, RAMANUJAN es una de las mentes matemáticas contemporáneas mas prodigiosas y muy pocos han desarrollado su habilidad matemática a tales niveles.

Ahora bien, si usted respondió afirmativamente a la segunda pregunta permítame sugerirle éste análisis: Suponga que éste test (el sugerido en la segunda pregunta) le dirá a una persona que tiene cáncer, que es positivo el 98% de las veces, y si no lo tiene, dará negativo el 98% de las veces. Suponga además que el 0,5% de la población –una de cada doscientas personas¹– padece verdaderamente de cáncer.

Imagine que se sometió a este análisis y que su médico le informa lapidariamente que su test es positivo. Lo sorprendente es que el margen de error, esa última esperanza, no es del 2%, como muchos lo pensarían. Suponga entonces, que se hacen 10.000 pruebas de cáncer. ¿cuántas de ellas darán positivo? En promedio, 50 de estas 10.000 personas (el 0,5% de 10.000) tendrán cáncer, y como el 98% de ellas darán positivo, se tendrá 49 análisis positivos.

Por otra parte, el 2% de las 9.950 personas restantes, que no padecen cáncer, también darán positivo, con un total de 199 análisis positivos ($0,02 \times 9.950 = 199$). Así, del total de 248 positivos ($199 + 49 = 248$), la mayoría (199) son falsos positivos y la probabilidad condicional de padecer el cáncer sabiendo que se ha dado positivo es sólo $49/248$, ¡aproximadamente el 20%! ¿No es más esperanzador el resultado?, ¿cambió su perspectiva?

Para la tercera pregunta es claro que una absoluta mayoría se pronunciará a favor del primer camino, pues de este modo es seguro salvar 200 vidas, mientras que por el segundo camino hay la probabilidad de $2/3$ por más muertos. Tienen toda la razón. Pero, imagínese nuevamente General y debe elegir entre dos posibles rutas de escape. Y le dicen que si eligen la primera seguro que perderá 400 soldados, mientras que si toma la segunda hay $1/3$ de que ninguno muera y una probabilidad de $2/3$ de que caigan todos. ¿Qué ruta elige usted?

Si se pone a
consideración la
apuesta de Pascal a
cerca de la existencia
de Dios y actuar en
consecuencia, hay un
riesgo de cometer un
error de tipo I (que
Dios no Exista),
entonces ¿deberíamos
negar su existencia y
actuar también en
consecuencia,
corriendo el riesgo de
cometer un error de
tipo II? (que exista).

Si eligió la segunda ruta y además justificó: porque en la primera de ellas tendría 400 bajas seguras mientras en la segunda hay una probabilidad de 1/3 de que todos se salven, me permito anunciarle que las dos preguntas son idénticas, y el hecho que las respuestas cambien es por el modo en que las preguntas son planteadas.

Un ejemplo más para ilustrar esta falta de mente matemática lo dan los psicólogos TVERSKY y KAHNEMAN: Elija entre una ganancia segura de 30.000 dólares y una probabilidad del 80% de ganar 40.000 y un 20% de no ganar nada. Muchos escogerían los 30.000 dólares, aunque la ganancia media esperada de la segunda opción es de 32.000 dólares ($40.000 \times 0,8$). Pero ¿que pasa cuando la elección se plantea en términos de una pérdida segura de 30.000 dólares, y una probabilidad del 80% de perder 40.000 dólares y un 20% de no perder nada. Acá la mayoría prefiere el riesgo de perder 40.000, para reservarse la posibilidad (20%) de no tener pérdidas, aunque la pérdida media esperada de en este caso de 32000 ($40.000 \times 0,8$). TVERSKY y KAHNEMAN concluyen que, ante la posibilidad de ganancia, las personas tienden a evitar riesgos, mientras prefieren correr riesgos para evitar pérdidas.

Interesante afirmación, que nos llevaría, no solo a ver el predominio de lo emotivo sobre la mente matemática, sino permite atreverse a hacer la siguiente hipótesis: No se es *per se* averso, propenso o neutro ante el riesgo, puesto que depende de cómo se aborde la situación y esto será influenciado totalmente por su anumerismo o por la ausencia de éste.

El anumerismo, es esa condición lamentable, en la que muchos caen cuando realmente no manejan una dimensión matemática real, cuando dejan que su mente se llene de prejuicios y creencias y cuando dejan de utilizar su mente para verdaderos ejercicios de análisis.

Las matemáticas no son operaciones mecánicas deterministas. Bien podría hacerse la analogía de las matemáticas con hermosas civilizaciones con su lengua propia y su cosmología, con visiones audaces de la realidad, con su referente constitutivo y de dimensiones que desbordan nuestra mente. Pero, este hecho, no debería atemorizarnos, nuestra mente está en capacidad de ver al mundo matemáticamente; en esa capacidad innata que le permite al cerebro manejar proporciones, desarrollar el habla, hacer diferencias entre formas y colores, con esa bellísima capacidad que nos hace pensar.

Esta frase seguramente les parecerá familiar,

Para el estudio racional del derecho, es posible que el hombre del portafolio sea el hombre del presente, pero el hombre del futuro es el hombre de la estadística y el conocedor de la economía. OLIVER WENDELL HOLMES.

Naturalmente esta frase es un recursillo estilístico para darle un nuevo sentido al artículo y así abordar el anumerismo estadístico, puesto que, realmente, ¿de qué serviría un personaje anumérico que maneje varianzas, covarianzas y promedios, pero que realmente no comprenda cuál es el lugar de la estadística? o peor aún, aquel, que se deja convencer por falsos soportes estadísticos utilizados como argumentos.

Así pues, es el momento de entrar en materia, ¿ha oído hablar de errores *tipo I* y *tipo II*? Si no lo ha hecho no se preocupe, éstos errores se presentan cuando se aplican tests estadísticos u otro cualquiera. Un error de *tipo I* es cuando se acepta una hipótesis falsa y uno de *tipo II* es cuando se rechaza una hipótesis verdadera.

Para mejor ilustrar este punto simplemente haga una hipótesis ejemplo, “el quince por ciento de los colombianos apoya un candidato ex-liberal y ahora independiente”; luego imagine que después de tomar una muestra de mil personas que deambulaban por las calles principales de Bogotá, Medellín y Cartagena sólo 70 apoyaban al sujeto en cuestión (el candidato). Utilizando la teoría de la probabilidad, calcule que, en el supuesto de que la hipótesis sea cierta, la probabilidad de este resultado es inferior al 5%, cifra que usualmente es usada como “nivel de significatividad”. Así pues, rechazo la hipótesis (la del 15% con el liberaloide arreptido).

Entonces imagine que, por casualidad, un conjunto de manifestaciones en pro del candidato pasa cuando se hace el muestreo, trayendo como consecuencia que su muestra confirma la hipótesis, es decir, el 15% de las personas que monitoreó estaban a favor del candidato, pero entonces si se acepta la hipótesis, se cometería un error de tipo I. Por el contrario, si se piensa que la mayoría de los que apoya al candidato no transita a pie las principales calles o se encuentran trabajando, se cometería un error de tipo II.

1. Se habrá dado cuenta ya que la población sugerida es de 10.000

Siendo un poco arriesgado, se puede ver que esta distinción, diferenciaría a un pensador liberal de un conservador, en el caso de repartición de ganancias; mientras que el liberal se preocuparía por evitar errores de tipo II, el conservador típico evitaría errores de tipo I, es decir, el liberal se preocuparía por el que haciendo méritos no sea recompensado proporcionalmente a lo hecho y el conservador se preocuparía por que el que no merece no reciba más de lo que le toca. En el caso de castigos, el conservador recalcitrante se interesaría por evitar errores de tipo II, que el culpable no reciba el castigo que le toca, mientras que el liberal típico se preocuparía por evitar los errores de tipo I es decir que un inocente reciba un castigo inmerecido.

Si se pone a consideración la apuesta de Pascal a cerca de la existencia de Dios y actuar en consecuencia, hay un riesgo de cometer un error de tipo I (que Dios no Exista), entonces ¿deberíamos negar su existencia y actuar también en consecuencia, corriendo el riesgo de cometer un error de tipo II? (que exista). Sea o no pertinente esta ilustración de carácter teológico lo que es preciso señalar es que todas las decisiones se pueden plantear en estos términos y de hecho exigen una evaluación informal de las probabilidades. –Deje este aparte flotar en su mente.

Bien, la siguiente fase es el desarrollo de encuestas fiables, proceso que se inicia con la estimación adecuada de las características de la población, puesto que más difícil que los cálculos estadísticos es decidir qué fiabilidad merecen los mismos. Si la muestra es lo suficientemente amplia, se puede confiar más en que sus características se aproximan a las de la población total. Si la distribución de la población no es demasiado dispersa y tiende a la homogeneidad se podría confiar en la representatividad de la muestra.

Con ayuda de unos pocos teoremas de teoría de la probabilidad y estadística, podemos sugerir lo que se conoce como intervalos de confianza para estimar la probabilidad de que una muestra característica sea representativa de la muestra de la población. Se podría decir que un intervalo de confianza del 90% para el porcentaje de electores que votarán a favor de un candidato X es el 35% más o menos el 10%. Es decir, que tenemos una seguridad del 90 por ciento de que el porcentaje de la población se desviará por mucho un 10% con respecto de la estimación realizada en la muestra; en este caso, entre un 25 y un 45% de la población votará por el candidato X.

Como en el caso en que contrastamos las hipótesis, buscando errores de tipo I y II, para las muestras de un tamaño dado, cuanto menor sea el intervalo de confianza, o sea, cuanto más precisa la estimación, menos fiable es. Los resultados de sondeos y encuestas que no llevan los intervalos de confianza o márgenes de error o ambos necesariamente son engañosos. Lo común es que los sondeos lleven los intervalos, pero estos no aparecen en los reportajes de prensa. Es cierto, las afirmaciones que no se comprometen demasiado y la incertidumbre normalmente no es noticia, y la incertidumbre es lo que ofrece la ciencia².

Si en un titular muestra que el empleo ha disminuido de un 18,2 a un 17,9%, no dice el intervalo de confianza que es menos de un 1%, luego usted puede llevarse la impresión de que algo bueno ha sucedido. Sin embargo, dado el error del muestreo, esa “disminución” puede que sea una simple ficción, es decir que sea un hecho sin soporte en la realidad, inexistente. Si no se dan los márgenes de error, como ocasionalmente ocurre con las encuestas. Una buena aproximación sería, que en una muestra aleatoria de mil o mayor a esta, el margen es muy estrecho para la mayoría de los fines, mientras que en una muestra de cien el margen es demasiado ancho (La anchura del intervalo de confianza es inversamente proporcional a la raíz cuadrada del tamaño de la muestra). Es por esto que, frente a una gran población, normalmente el número de encuestados no es tan grande.

Pero a pesar de la existencia de estos intervalos de seguridad, usted se ha puesto a pensar en los problemas que puede tener una encuesta. Un buen ejemplo sería una encuesta vía telefónica, ¿afectará al resultado el no haber incluido las casas sin teléfono?, ¿Cuántos de los encuestados no están dispuestos a responder, o cuantos no dirán la verdad al responder la encuesta?, como los números se seleccionan al azar, ¿qué pasa si el número elegido es un local vacío o una oficina?, ¿cómo influye en las respuestas el sexo, la voz o los modales del entrevistador?

Y cuando se registran las respuestas ¿será los suficientemente cuidadoso el entrevistador?, ¿será honesto?, o mejor, ¿sugieren las preguntas algunas respuestas?, y acá es necesario hacer una pausa y ejemplificarlo, puesto que los noticieros de la noche son especialistas en este tipo de aberraciones. Cuando la niña linda después de modelarnos, dice: “y la encuesta de hoy, ¿está usted de acuerdo con que su pareja lo engañe?”, lógica respuesta,

abrumadamente la mayoría lo niega. Ahora, en la traducción de la respuesta –obviamente hecha por el noticiero– “los colombianos prefieren parejas fieles”. Aunque parezca que la pregunta y la respuesta tengan algún tipo de coincidencia, ello no es del todo cierto.

En primer lugar por que hay muchos tipos de engaño, a los que se puede ser indiferente (y en términos de valores subjetivos sería mayor la distorsión), segundo, la pregunta sugiere su postura, si usted está de acuerdo y puede que no lo esté, pero eso no quiere decir necesariamente, que prefiera a su lado a un fiel, por múltiples consideraciones. Aunque este tipo de preguntas, por un lado reflejen la realidad de las preferencias de este país no tienen el valor de rigor que exigiría una encuesta seria, y aunque este ejemplo trivial no signifique mucho, es prueba del anumerismo que se vive en Colombia.

Hay un famoso ejemplo de una encuesta hecha en 1936, en Estados Unidos, por *Literary Digest* que predijo que ALF LONDON ganaría a FRANKLIN ROOSEVELT por un margen de tres a dos, dicha encuesta sólo fue contestada por un 23% de los que la recibieron, y estas personas suscriptoras de *Literary Digest* eran de un mayor nivel educativo y económico en muchos casos. Como se hace evidente, esta encuesta respondía a otra pregunta.

Puesto que en un mundo
cada vez más complejo,
lleno de coincidencias
sin sentido, lo que hace
falta en muchas
situaciones no son más
hechos verídicos,
sino un mejor manejo
de los hechos conocidos
y para ello la
probabilidad es de
un valor incalculable.

Probablemente usted piense en los distintos métodos de obtener información, y en que hay unos cada vez mejores y más exactos, –lo cual es innegable–, pero todos las técnicas empleadas desde FRANCIS BACON hasta las teorías de contraste de hipótesis y de diseño experimental de KARL PEARSON y R. A. FISHER dependen de la evidente perspicacia al extraer un algo de esa realidad que desborda el intelecto humano.

En este proceso de abstracción estadístico surgen un par de conceptos que tienden a ser confundidos por las mentes anuméricas y estos son la correlación y la causa. Es muy frecuente que dos cantidades estén correlacionadas sin que una sea causa de la otra. Un ejemplo muy conocido es el de el consumo de leche y su correlación con el cáncer. La explicación de la correlación, probablemente su relación con la longevidad (un tercer factor). Dado que la longevidad presenta otra correlación con el cáncer. De hecho cualquier acto relacionado con la longevidad, estaría correlacionado con el cáncer, sea el deporte o una dieta sana.

Un bello ejemplo del anumerismo en términos de correlación y causalidad, es el de las islas Nuevas Hébridas, los piojos eran considerados causa de buena salud. Como muchas otras observaciones populares, ésta se apoyaba en evidencias sólidas. Cuando la gente se ponía enferma, le subía la temperatura y esto hacía que los piojos buscaran un huésped más acogedor. Lo claro era, que piojos y buena salud abandonaban al aborigen cuando subía la fiebre.

Análogamente, la correlación entre la calidad de los programas de madres comunitarias y la tasa de denuncias de abusos sexuales infantiles no es necesariamente causal, sino que simplemente indica que cuanto mejor es el ejercicio de supervisión, más diligentemente se denuncian unos incidentes que trágicamente ocurren.

En general, existen tantas correlaciones puramente accidentales. Los estudios que dan pequeñas correlaciones no-nulas, lo que en realidad están dando en muchos casos son fluctuaciones del azar, y son poco más o menos tan significativas como el hecho de haber lanzado un dado 36 veces y no haber obtenido un mismo

personas.

2. Examinad fragmentos de seudociencia y encontraréis un manto de protección, un pulgar que chupar, unas faldas a las que agarrarse. ¿Y qué ofrecemos nosotros a cambio?. ¡Incertidumbre! ¡Inseguridad!

número seis veces. Lo trágico es que en el campo de las ciencias sociales, muchas de las investigaciones, son tan solo esta estúpida recolección de datos irrelevantes. Ejemplo si la calidad de la educación se pretende evaluar, por número de escuelas (propiedad A) y el calidad de vida, por el número de electrodomésticos per cápita (propiedad B), entonces el coeficiente de correlación entre el nivel de educación y la calidad de vida es 0,25 –o cualquier otro–, cualquier conclusión que se determine por este análisis es una completa mentira. De hecho, más ladrillos no garantizan una mejor educación, análogamente sucede lo mismo con los electrodomésticos y la calidad de vida.

Piense bien en este ejemplo, y si ha tenido contacto con las cifras de escolaridad en Colombia, se dará cuenta, en primer lugar que la muestra está viciada por incluir a la megalópolis de Bogotá, puesto que esta ciudad arrastra cualquier estadística de cobertura o calidad de servicio. Ahora piense que las comparaciones o valoraciones solo son posible entre iguales, entonces si usted toma a Chocorito o a Sucre (Dpto. de Sucre), y lo mezcla con Bogotá la distorsión de país que obtendrá probablemente le arroje un Luxemburgo en términos de cobertura, y nivel de escolaridad.

La razón de este problema es que la regresión lineal que tiene por objeto relacionar las cantidades A y B, está mal empleada. Normalmente se toma este resultado como un $B = 2,5 A + C$, en donde C es una cantidad aleatoria con una variabilidad tan grande como para abrumar la supuesta relación entre A y B. (Para los que conozcan modelos de riesgo financiero, ¿no se les hace trágicamente familiar?).

Hay una gran tendencia a que en el contraste de la hipótesis, las estimaciones de fiabilidad, la regresión lineal y la correlación se presente una mala interpretación, sea por que se quiere manipular o por simple anumerismo. Para ilustrar este problema, un dato muy citado es el de cáncer de mama. Se dice que una de cada once mujeres contraerá cáncer de mama. Sin embargo, esta cifra puede ser mal intencionada, pues supone que es válida solo para una muestra imaginaria de mujeres que vayan a llegar a los 85 años y para la incidencia de contracción del cáncer de mama, a cualquier edad, coincida con la tasa de incidencia actual para esa edad. Sólo una minoría de

ISAAC ASSIMOV en *The Skeptical Inquirer*.

4. El sustento matemático de varios de los ejemplos proviene del libro *El hombre anumérico*.

mujeres llega a los 85 años, y las tasas de incidencia son variables, siendo mayores con la edad.

A los cuarenta años, aproximadamente una mujer de cada mil contrae cáncer de mama anualmente, mientras que a los sesenta, la tasa aumenta a una de cada quinientas. Una mujer típica de cuarenta años corre un riesgo aproximado del 1,4% de enfermarse antes de los cincuenta, y un 3,3% de contraerla antes de los sesenta. Siendo extremistas, el decir una de cada once mujeres contraerá el cáncer es un poco como decir que nueve de cada diez personas les saldrán arrugas con la edad cosa que no ha de ser motivo de preocupación para quienes tengan treinta (pero lo es).

La probabilidad entra en nuestras vidas, juega un papel importante, cualquier fenómeno es lo bastante complejo para ser sometido a una simulación probabilística. Hasta la física cuántica nos muestra que los procesos micro-físicos (los constitutivos del universo) son esencialmente probabilísticos. Generalmente una apreciación de la probabilidad tarda bastante tiempo en desarrollarse, y hay veces en que no se presenta. Es por eso que creo que los fanáticos, los creyentes auténticos y los fundamentalistas deben ser exiliados en un planeta a 10 a la 19 años luz de distancia.

Puesto que en un mundo cada vez más complejo, lleno de coincidencias sin sentido, lo que hace falta en muchas situaciones no son más hechos verídicos, sino un mejor manejo de los hechos conocidos y para ello la probabilidad es de un valor incalculable. La discrepancias entre nuestra pretensiones y la realidad nos da, si tenemos un sentido matemático real, una idea de lo absurdo de nuestra existencia, una muestra de nuestra insignificancia y grandeza.

Sólo espero que éste artículo que no respondió a las preguntas propuestas (y ello fue deliberado), genere un cuestionamiento en torno a la realidad que emerge a nuestro alrededor, y hacia el tratamiento anumérico que le damos⁴.

Bibliografía



PAULOS, John Allen. *El hombre anumérico*, Tusquets Editores, 1990.

FINGERMAN, Gregorio. *Lógica y teoría del conocimiento*.