

Aquiles, la tortuga y la inconsistencia lógica del largo plazo

Juan Esteban Jacobo*

Probablemente ya es familiar para la mayoría la fábula de “Aquiles y la tortuga”, en la que se arregla una carrera entre Aquiles, el ser más hábil entre todos los mortales, y una tortuga. Para hacer la carrera interesante, Aquiles decide que le va a dar ventaja a su contrincante, y se va a mover hasta el punto donde se encontraba la tortuga cuando se preparaba a correr, pero al llegar allí se da cuenta de que la tortuga ya no se encuentra en ese punto sino que lo ha sobrepasado. Por lo que Aquiles vuelve a correr hasta donde se encontraba la tortuga la última vez que la vio, pero vuelve a darse cuenta de que lo han adelantado. Siguiendo este mismo patrón, se llega a un escenario coherente con la paradoja de Zenón. Mostrando que Aquiles va a caer en infinitos recorridos antes de llegar alcanzar a la tortuga.

Sin embargo, cuando Zenón creó esta fábula, no existía un desarrollo importante del cálculo infinitesimal, lo que



Fotografía: Juliana Florián

cambia parcialmente el significado de la paradoja. Ya que podemos afirmar que el movimiento de Aquiles en el infinito tiende a ser igual a la distancia recorrida por la tortuga. Pero note que el movimiento hacia el infinito de Aquiles implica que siempre estamos

* Estudiante de séptimo semestre de la Facultad de Economía de la Universidad Externado de Colombia. Correo-e: [juanesjacobomail.com].

trabajando con el mismo Aquiles, es decir que en la noción de tiempo, cuando se manejan asuntos al infinito no se cambia el carácter en cuestión, por lo que Aquiles sigue siendo la misma persona llueva, truene o relampaguee en su persecución detrás de la tortuga. Esto nos lleva a pensar que jamás Aquiles o la tortuga van a sentir hambre o sueño, o simplemente se van a cansar de correr y se van a ir a la casa. Tome como ejemplo el ejercicio típico de los libros de cálculo cuando nos dicen: “límite de X cuando T tiende a infinito es igual a g ”. En estos ejercicios nunca se nos pasa por la cabeza que X puede cambiar de forma en la medida que avanza T . Aterrizando un poco más en el tema, pregunto: ¿se puede hacer este mismo supuesto en las ciencias sociales? ¿Más específicamente en economía?

A mi juicio, existen razones para pensar que no se puede mantener un X fijo ante variaciones de T , cuando se trata de temas relacionados con la economía, ya que por lo visto en muchas ocasiones, cuando algunos economistas hacen referencia al largo plazo, se acude a una situación semejante a cuando se dice que T tiende a infinito. Pero considerar variables económicas constantes en el tiempo es algo difícil de hacer, ya que sin duda las condiciones del mercado y la población cambian constantemente, por lo que también lo hace el sistema económico. Las estimaciones

de hacia dónde tiende, por ejemplo la economía colombiana, se logra parametrizando las condiciones de los colombianos en la actualidad, tal que siguiendo con los mismos patrones se pueda inferir cuál va a ser el posible resultado de Colombia en asuntos económicos.

Pensemos parcialmente en lo que significa predecir el comportamiento de una economía en el largo plazo. Para poder realizar dicha tarea debemos contemplar que las personas cambian continuamente, que una persona hoy es totalmente diferente a ella misma en veinte años, e incluso se puede asumir que esa misma persona se parece más en su comportamiento a otro individuo de la misma edad, a él mismo veinte años antes o después. Contamos a su vez con cambios técnicos, inducidos ya sea por inversión en capital humano o capital fijo; también se dan variaciones en las tendencias políticas de las naciones, y así podemos seguir contando variables que hacen que el sistema económico no permanezca con el mismo rasgo de comportamiento. Las estimaciones que se hacen cambian continuamente cuando se dan cambios estructurales en las naciones, y estos cambios ocurren frecuentemente, por lo que el concepto de largo plazo también lo hace.

De esta manera, la noción de largo plazo cae en un problema reconocido de lógica matemática, llamado *conti-*

nuum hypothesis, que es básicamente un problema de tamaño de conjuntos infinitos.

Para esto vamos a suponer que para cada instante del tiempo existe una estimación sobre el resultado de convergencia de una economía en el largo plazo; luego, existe una solución al sistema para cada momento. Sin embargo, como ya lo contemplamos, la economía tiene una infinidad de posibles cambios en cada instante, por lo que para cada momento existe una sucesión de posibles resultados, no necesariamente iguales al contemplado si se mantuviese todo *ceteris paribus*. Suponga que existe un conjunto M , donde cada elemento de M es una estimación sobre el resultado de una economía en particular en el largo plazo. A su vez, contamos con que M es un conjunto infinito, ya que cada elemento de M es una imagen del valor del tiempo, y la trayectoria del tiempo puede ser claramente interpretada como un conjunto infinito. Más aún, al ser M infinito, tenemos que el número de elementos que lo componen también lo son, es decir, el conjunto M cuenta con un número cardinal transfinito ($[M]$). En este aspecto, suponemos que el número de elementos que componen el conjunto del tiempo (N) es equivalente a aquel que compone la recta de los números naturales, y que a su vez cumple la condición en la que $[N] = [M]$. Lo que significa que N

y M son conjuntos equivalentes o, lo que es igual, que se puede establecer una relación uno a uno entre los elementos de ambos conjuntos.

En este momento, es oportuno traer un teorema utilizado en teoría de conjuntos, en el cual se dice que para todo conjunto infinito M , existe un conjunto $U(M)$ de todos los subconjuntos de M , y que éste tiene un mayor cardinal que M . Es decir, el número de elementos bajo el cual está conformado $U(M)$ es mayor a los de M . Para nuestro análisis, tenemos que $U(M)$ enmarca todas los posibles cambios en los elementos de M , tal que la composición de todos estos subconjuntos da un espacio de mayor tamaño que el de M .

Sea $\{m\}$ la sucesión de posibles resultados de la economía para cada instante en el tiempo, de modo que los resultados de $M(m)$ se cambian ahora por $M(\{m\})$, donde a su vez, cada resultado de esta sucesión hace parte del conjunto $U(M)$, es decir, al conjunto de subconjuntos de M . Tal que de reemplazar $M(\{m\})$ por $M(m)$, y al ser $M(m)$ un subconjunto de $U(M)$, entonces también lo es $M(\{m\})$. Operación que se puede hacer con cualquier otra forma que tomen los elementos m . Tal que todos los subconjuntos de $U(M)$ tienen el mismo número cardinal, pero ningún cardinal de ellos es igual al de $U(M)$.

Luego contamos con que $[U(M)] > [M]$, y como ya lo habíamos mencionado, al estar el tiempo asociado con los números naturales, teníamos que $[M]=[N]$. Donde, en resumidas cuentas, se tiene que los números naturales y los números reales constituyen espacios equivalentes o, lo que es igual, ambos tienen el mismo cardinal. A este cardinal se le conoce por \aleph . Así pues, por transitividad, tenemos que $[U(M)] > \aleph$. Lo que sugiere, en este caso, es que no es factible discutir sobre una estimación única de la economía en el largo plazo, ya que no es posible afirmar que exista una correspondencia uno a uno entre el resultado de convergencia de la economía, y su respectivo periodo.

Esta es una muestra de la imposibilidad detrás de la ausencia del *ceteris paribus* en la economía, y un llamado de atención a aquellos economistas que doblan la sensatez en su retórica, y olvidan separar la ficción de la realidad, involucrando fábulas que ni Lewis Carroll hubiera podido imagi-

nar. De hecho, si nos enfocamos en los cuentos como el de *Alicia en el país de las maravillas*, que se creó como una alusión a la realidad de Carroll, de igual manera que lo fue la fábula de Aquiles y la tortuga para Zenón. Podemos preguntarnos: ¿qué realidad se quiere plasmar en los cuentos económicos del largo plazo? A mi parecer, no es más sino una pretenciosa ambición de muchos economistas por jugar a predecir el futuro, y ocultar su ignorancia con respecto a varios asuntos. Pero para ser justos, no es ignorancia aceptar que no podemos predecir el futuro: es simplemente honestidad y responsabilidad social.

Sin más que decir, queda para el lector abstraer las implicaciones que tiene este artículo en la gran cantidad de teorías que postulan sus lineamientos en el largo plazo, entender que de cualquiera de ellos, si no se es claro en la condición del *ceteris paribus* para **todas** las variables, cualquier cosa que puedan estar diciendo no son más que palabrerías.