NASH Y VON NEUMANN: MUNDOS POSIBLES Y JUEGOS DE LENGUAJE

*Boris Salazar**

INTRODUCCIÓN

Los hechos no están en disputa: en el otoño de 1948, John F. Nash, un joven matemático de Virginia, arribó a Princeton con una carta de presentación que contenía una sola línea: "este tipo es un genio". La presentación fue suficiente para entrar al lugar en que habría de pasar el resto de su vida. En ese momento, Princeton era el centro del universo científico y John von Neumann, la estrella más brillante de su firmamento matemático (Nasar, 1998), acababa de publicar, con Oskar Morgenstern, la segunda edición de su libro pionero en teoría de juegos, *Theory of Games and Economic Behavior* (1947). El nuevo campo era perfecto para un joven matemático con ambiciones: casi todo estaba por hacer.

Para garantizar una carrera brillante sólo bastaba elegir uno de los muchos problemas que aún estaban sin resolver o formular nuevos teoremas a partir de los fundamentos propuestos por von Neumann. Pero Nash quería más. Quería construir su propio juego. Nadie lo ha dicho mejor que él mismo:

> Estaba jugando un juego no cooperativo en relación con von Neumann en lugar de, simplemente, unirme a su coalición. Y, por supuesto, para él era natural, en términos sicológicos, no estar feliz del todo con un enfoque teórico rival (Nasar, 1998, 94).

* Profesor del Departamento de Economía de la Universidad del Valle. Agradezco los valiosos comentarios de María del Pilar Castillo, Andrés Alfonso Cendales y de un evaluador anónimo. Fecha de recepción: 17 de diciembre de 2002, fecha de aceptación: 18 de julio de 2003.

Desde la perspectiva de los juegos de lenguaje[1], este artículo analiza las implicaciones de la decisión de Nash de jugar un juego no cooperativo con respecto a la estrategia teórica de von Neumann. Primero supone que la teoría de Nash jugó el papel de contendiente frente a la teoría de von Neumann. Esa hipótesis, sin embargo, se desecha y en su lugar se intenta demostrar que, desde un comienzo, Nash fue más allá de plantear una teoría que compitiera con la de von Neumann en su terreno: lo que hizo, en realidad, fue idear un nuevo juego de lenguaje que desafiaba, en el dominio de la teoría de juegos, la generalidad de la solución expuesta por von Neumann. Usando el lenguaje de los juegos cooperativos se podría decir que para Nash jugar el juego de von Neumann tenía el valor negativo de no jugar su propio juego. Nash no podía establecer en ese momento cuál era el valor de jugar su propio juego. En cambio, sí podía apreciar el valor negativo de jugar el juego que von Neumann proponía: si lo hacía, dejaba escapar la oportunidad de jugar su propio juego. Un juego que, por supuesto, consideraba superior a todos los demás juegos ideados hasta ese momento. Una conjetura recorre todo el artículo: en el centro de la divergencia entre Nash y von Neumann estaba la noción de racionalidad que empleaban ambos autores. Se intenta demostrar que esas dos nociones pertenecen a celdas distintas de la partición *racionalidad* del conjunto de soluciones para juegos de $n > 2$ personas.

RACIONALIDAD

¿Por qué las nociones de racionalidad que emplearon habrían de explicar la divergencia de sus conceptos de solución para juegos de $n > 2$ personas? ¿No se podría explicar por razones más precisas y mejor establecidas: sus estilos matemáticos, el arribo de Nash a Princeton cuando la teoría de von Neumann era el único juego que se podía jugar, la diversidad de orígenes? Todas estas razones pueden contribuir, sin duda, a explicar la divergencia de los caminos que eligieron, y quizá sean decisivas para reconstruir la trama histórica de la relación entre ambos creadores. Pero tienen una característica común que las sitúa por fuera del alcance de este artículo: son elementos externos a la teoría cuyo avance intento reconstruir.

Desde dentro de la teoría de juegos y de la teoría económica de la época no es difícil descartar otras razones posibles. El uso de la evidencia empírica disponible, por ejemplo, no podía ser relevante, dada su escasez y la poca credibilidad de que gozaba, en ese momento, el

[1] Wittgenstein (1988); Hintikka (1976, 1996a y b); Kuhn (1962, 1977, 1990, 2000).

tipo de problema que abordaron y el programa explícito de investigación que iniciaron[2]. Tampoco su formación en teoría económica. Ambos eran matemáticos por formación, y si bien von Neumann no fue ajeno a los desarrollos de la teoría económica en la Europa anterior a la Segunda Guerra, y contó con la colaboración decisiva del economista austríaco Oskar Morgenstern, la influencia de este último, y de sus contactos previos con la economía teórica, sólo se detecta en el espíritu crítico de su libro y no en sus resultados matemáticos. Nash sólo recibió un curso de comercio internacional, como estudiante de pregrado en el Carnegie Institute of Technology, y cuando llegó a Princeton aún no había leído el libro de von Neumann y Morgenstern. Para ambos, el contacto con la teoría económica había sido pasajero[3]. Para ninguno de ellos era el centro de sus actividades creativas, aunque von Neumann aspiró a ponerla al día en términos científicos, y Nash, aun hoy, dedica algún tiempo de su quehacer científico a ciertos problemas de la teoría de juegos cooperativos.

Sin embargo, descartar razones alternativas no es suficiente para establecer el papel de la racionalidad en su divergencia teórica. El argumento fundamental debe estar en la teoría misma y en las circunstancias en que surgió a mediados del siglo anterior. Nash y von Neumann concurrían en un punto fundamental: la teoría económica de la época, así como la naciente teoría de juegos, se basaban en el comportamiento racional de los individuos. Ninguno de ellos se ocupó de la racionalidad en forma específica, pero ambos sabían que la interacción estratégica entre agentes exigía resolver un nuevo tipo de problema: ¿la noción convencional de racionalidad se podía mantener, con todas sus implicaciones heurísticas y predictivas, en condiciones de interacción estratégica? Recordemos que la noción convencional sostenía que los individuos eran racionales si sus acciones se podían interpretar como resultado de la maximización de una función de utilidad o de ganancia. En el capítulo 2 de su libro, von Neumann y Morgenstern (vNM de ahora en adelante) suponen, igual que la teoría de la época, que los individuos racionales, como consumidores o productores, desean obtener un máximo de utilidad o de ganancias.

En un mundo similar al de Robinson Crusoe, la racionalidad se podía identificar con la solución de algún problema de maximización. En su isla, Robinson es racional si usa el algoritmo apropiado para resolver el problema de maximización correspondiente a cada situa-

[2] Ver von Neumann y Morgenstern (1947).

[3] Pero los dos casos no son iguales: en Berlín y Viena von Neumann tuvo relaciones con algunos precursores de la teoría matemática del equilibrio general (Leonard, 1995).

ción. La complejidad del problema (la cantidad de variables que debía tener en cuenta un individuo para encontrar la acción óptima) podía variar, pero la heurística básica era la misma. Al abandonar el mundo de Robinson, ¿se podía mantener la misma relación, uno a uno, entre racionalidad y maximización? En juegos de suma cero de dos jugadores, la respuesta positiva tomó la forma del teorema del minimax de von Neumann. En esa clase de juegos, como plantean Myerson (1999, 1072) y Crawford (2000, 2), y ha sido establecido en general, el teorema del minimax de von Neumann es equivalente, en términos lógicos, a la existencia del equilibrio de Nash.

Pero la equivalencia, implícita en esa respuesta, entre maximización y solución de un juego de suma cero de dos jugadores, no se podía extender a situaciones en las que el número de jugadores pasaba de 2 y el juego dejaba de ser de suma cero. La respuesta negativa de vNM alejó su enfoque de la tradición de la época y del camino que, por otros motivos, tomaría Nash. Myerson sintetiza así la imposibilidad de extender el teorema del minimax más allá de la clase de juegos de $n = 2$:

> Pero von Neumann formuló el teorema del minimax como una igualdad entre los valores que cada jugador puede garantizar para sí mismo, sin importar lo que haga su oponente, y no como optimalidad mutua entre pares particulares de estrategias. Formulado como una igualdad entre valores garantizados de minimax, *el teorema no se podía extender más allá del caso de juegos de suma cero de dos personas* (Myerson, 1999, énfasis mío).

La argumentación de vNM procede en varios pasos. Primero establecieron, para juegos de $n > 2$, la ausencia de una relación, uno a uno, entre el problema planteado y el procedimiento matemático de maximización que empleaba la teoría convencional. La clave está en la relación entre la solución propuesta por la teoría y el problema que los individuos debían resolver. La noción convencional tenía una implicación muy fuerte: para cualquier n, la conducta de un individuo era racional si buscaba y usaba el algoritmo de maximización adecuado para el problema que debía resolver. Pero, preguntan vNM: en esta nueva situación, cuando el número de individuos deja de ser 2, ¿los individuos resuelven el mismo tipo de problema? ¿Es posible establecer que sólo les basta aplicar el mismo procedimiento de $n = 2$ para ser racionales?[4] La respuesta es negativa en ambos casos: los

[4] Esto abrió un nuevo campo de investigación: el estudio de las condiciones epistemológicas para la existencia del equilibrio de Nash. Es decir, investigar qué conjeturan y saben los jugadores acerca de la racionalidad, las conjeturas y las acciones de los demás. Aumann y Bradenburger (1995) escribieron un artículo clásico. Bradenburger (2002a; 2002b) desarrolla esta línea de investigación. Ambrus (2001) ha tratado el mismo problema en juegos de coalición.

individuos no resuelven el mismo tipo de problema ni basta aplicar el procedimiento correspondiente a $n = 2$. Si se tratara de un problema de maximización individual, ¿cómo podría resolverlo cada individuo sin entrar en conflicto con los procesos de maximización que realizan los demás? vNM describen así la falta de correspondencia entre el nuevo problema de racionalidad y la solución convencional:

> Cada participante intenta maximizar una función (su "resultado", [...]), de la cual él no controla todas las variables. Este no es, por supuesto, un problema de maximización, sino una peculiar y desconcertante mezcla de varios problemas de máximo en conflicto. Cada participante es guiado por un principio distinto y ninguno determina todas las variables que afectan sus intereses (von Neumann y Morgenstern, 1947, 11).

El segundo paso fue establecer la inexistencia, en las matemáticas que usaba la teoría económica de la época, de una solución explícita para el problema planteado:

> Este tipo de problema no es tratado, en ninguna parte, por las matemáticas clásicas. Aun a riesgo de ser pedantes hacemos énfasis en que este no es un problema de máximo condicional, ni de cálculo de variaciones, ni de análisis funcional, etc. Aparece, con toda claridad, aun en las situaciones más elementales, por ejemplo, cuando todas las variables sólo pueden asumir un número finito de valores (ibíd.).

¿Por qué no se podría generalizar la solución de juegos de $n = 2$ a juegos de $n > 2$? Hay una razón básica: de acuerdo con vNM, en las matemáticas que empleaban los economistas teóricos de la época no existía una solución matemática explícita para el tipo de problema que aparece cuando el número de jugadores es mayor que 2. La hipótesis de racionalidad como maximización de la utilidad esperada de los jugadores no es sostenible cuando ningún jugador individual tiene control sobre todas las variables que afectan su procedimiento de maximización, y los resultados de sus acciones dependen de las acciones de maximización de los otros jugadores.

vNM son muy cuidadosos cuando examinan los efectos decisivos del número de jugadores sobre el problema del comportamiento racional. Primero establecen que a cada jugador i está asociado un conjunto de variables al que denominan conjunto parcial de variables. Cada conjunto parcial tiene un número definido de elementos. El conjunto de los conjuntos parciales de todos los jugadores es el conjunto total. La conclusión inevitable es que:

> Por lo tanto, el número total de variables está determinado primero por el número de participantes, por ejemplo, los conjuntos parciales, y segundo por el número de variables en cada conjunto parcial (ibíd., 12).

¿Qué complicaciones introduce el cambio de n en la racionalidad de los individuos? La primera, técnica y menor, es que un incremento del número de variables de cada conjunto parcial puede hacer más difícil resolver el problema de maximización correspondiente. Es el caso clásico de Crusoe cuando enfrenta un mayor número de variables para resolver su problema de maximización individual. La segunda, y más importante, es que el incremento en el conjunto de todos los conjuntos parciales es equivalente a un incremento de n, el número de jugadores, y a un incremento consecuente en la complejidad del problema que deben resolver. ¿Qué quiere decir complejidad en este contexto? vNM no la definen en forma explícita. Se limitan a dar un ejemplo de incremento de la complejidad en términos del número de bienes y servicios intercambiados y de los procesos de producción. Unas líneas antes, sin embargo, exponen el giro heurístico impuesto por el incremento del número de participantes:

> Si, por otra parte, el número de participantes –por ejemplo, de los conjuntos parciales de variables– se incrementa, ocurre algo de naturaleza muy diferente. Para usar una terminología que resultará significativa, la de los juegos, esto equivale a un incremento del número de jugadores en el juego. Sin embargo, para tomar el más simple de los casos, un juego de tres personas es esencialmente distinto de uno de dos personas, y un juego de cuatro de uno de tres personas, etc. Las complicaciones combinatorias del problema –que no es, como vimos, un problema de máximo en absoluto– se incrementan tremendamente con cada incremento del número de jugadores –como nuestra discusión subsiguiente lo mostrará ampliamente– (ibíd., 13).

El término "sin embargo", que da inicio a la segunda oración, alude al incremento de la complejidad del problema, ocasionado por un aumento del número de jugadores. El punto es que el incremento de la complejidad obedece al incremento del número de variables –bajo control de otros jugadores– que cada uno debe tener en cuenta para tomar sus decisiones. Desde el punto de vista de la interacción estratégica esto se podría interpretar como el incremento del número de interacciones que los individuos deben considerar para elegir las acciones apropiadas en cada situación de juego. Se trata, por supuesto, no de las interacciones reales entre ellos, sino de las interacciones que cada uno debe tener en cuenta, en su mente, para tomar una decisión racional. Recordemos que la solución de vNM tomó la forma de estructuras de coaliciones que tenían la propiedad de ser estables. El número de coaliciones potenciales que los individuos deben comparar para decidir qué coalición elegir da una idea de la complejidad que quería captar la teoría de vNM. Examinemos el caso de $n = 3$. Para representar su complejidad hay que escribir la mínima descripción posible de todas las coaliciones potenciales que cada individuo debe tener en cuenta al enfrentar esta situación estratégica. Si $B = \{1, 2, 3\}$ designa a los agentes, el conjunto de todas las coaliciones potenciales es el conjunto $N(B)$ de todos los subconjuntos de tamaño 1, 2,..., n, cuya cardinalidad es 2^n, $2^3 = 8$. Muchos años después de la aparición del libro de vNM, De Vany expuso así el problema de la explosiva complejidad de la búsqueda de coaliciones óptimas:

> La complejidad explosiva es inherente a la búsqueda de estructuras de coaliciones óptimas y parece que no hay formas razonables de encontrar estructuras óptimas para más de un puñado de agentes. En este problema, 6 agentes es un número grande, que requiere 203 comparaciones de estructuras de coalición, 20 agentes requiere 5.172.421.013 comparaciones, y comparar los valores de estructuras de coalición cuando hay sólo 134 agentes consumiría todos los recursos computacionales que puedan existir. [...] La teoría ofrece muy poca ayuda en este problema, ya que las teorías que explican la estructura de coalición racionales no son menos complejas que las organizaciones que describen (De Vany, 1993, 21).

Si racionalidad no equivale a maximización de la utilidad, ¿cuál debía ser el camino a seguir? Una alternativa era resolver el problema matemático en los términos en que se pensaba en esa época. Para vNM esa estrategia no tenía sentido: ambos desconfiaban del enfoque matemático que empleaban los economistas de la tradición de Hicks y Samuelson (Leonard, 1995), y no veían ningún futuro en esa inversión intelectual. Su apuesta iba en otra dirección: construir una teoría económica en la tradición axiomática y estructural que von Neumann había seguido en física cuántica. Se requería, por tanto, un enfoque matemático nuevo que integrara la complejidad del nuevo problema en una teoría general con fundamentos axiomáticos. Según vNM, el estado de las matemáticas, en el momento de escribir su texto, no permitía vislumbrar una solución inmediata a ese problema. Había que construir una teoría general que cubriera "todas estas posibilidades, todas las etapas intermedias y todas sus combinaciones" (von Neumann y Morgenstern, 1947, 11).

Otra alternativa era olvidar o superar el problema de la racionalidad mediante la inferencia estadística. Si cada jugador pudiese conocer las variables que determinan su comportamiento, podría estimar el comportamiento de los demás mediante algún procedimiento estadístico que capturara el carácter aleatorio de las acciones de los otros. Pero vNM se opusieron a esta opción con claras razones. La cuestión decisiva es que no es posible escapar al problema de la racionalidad: los demás individuos deben estar guiados, como el agente inicial, por algún tipo de racionalidad, cualquiera que sea.

LA DECISIÓN DE NASH

A su llegada a Princeton, Nash leyó *Theory of Games and Economic Behavior*. Los argumentos de vNM para justificar su concepto de solución y su hipótesis de racionalidad para juegos de $n > 2$, no lo persuadieron para unirse a la coalición teórica que proponían. En la introducción a su tesis de doctorado, Nash comentó así la situación:

> Von Neumann y Morgenstern han desarrollado una teoría muy fructífera para juegos de suma cero de dos personas en su libro *Theory of Games and Economic Behavior*. Este libro también contiene una teoría de juegos de n personas de un tipo que podemos denominar cooperativo. Esta teoría se basa en un análisis de las interrelaciones entre las varias coaliciones que pueden formar los jugadores de un juego. Nuestra teoría, por el contrario, se basa en la *ausencia* de coaliciones en tanto que se supone que cada participante actúa independientemente, sin colaboración o comunicación con cualquiera de los otros (Nash, 2002a, 57, énfasis del original).

Nash postuló aquí la existencia de una clase de mundos posibles en los que la racionalidad de los jugadores en juegos de *n* personas excluye la formación de coaliciones. Al excluir la formación de coaliciones, Nash formuló una proposición modal de este tipo: en su clase de mundos posibles las coaliciones no eran posibles. Más aún: el argumento de Nash no se dirigía contra la descripción matemática de los juegos en términos de estrategias puras y mixtas, y sus pagos. La distinción entre juegos cooperativos y no cooperativos, dice Nash en el resumen de su tesis de doctorado, depende de:

> [1]a *posibilidad o imposibilidad* de coaliciones, comunicación y pagos laterales (Nash, 2002a, 55, énfasis mío).

El efecto sobre el concepto de solución es inmediato: en vez de conjuntos estables de imputaciones (la proporción del pago total que le correspondía a cada jugador *i* por pertenecer a la coalición elegida), Nash veía puntos de equilibrio que representaban el perfil de estrategias de equilibrio de jugadores racionales en juegos de *n* personas. *La existencia o inexistencia de coaliciones no era, repito, el efecto de las elecciones matemáticas de Nash, sino de su elección radical con respecto al tipo de mundo posible resultante de la aplicación de la racionalidad a juegos de n personas*.

¿Por qué Nash excluyó las coaliciones en la clase de mundos posibles que ideó? Algunos han encontrado razones en su individualismo radical y en su nacimiento en un pueblo de los Apalaches (Nasar, 1998; Leonard, 1995). En el otro extremo, en una posición equidistante perfecta, estaría el mundo de las grandes discusiones intelectuales de Viena y Berlín en el que creció von Neumann. En este mundo las coaliciones no sólo eran reales, también podían desaparecer y ser reemplazadas por otras, a veces con consecuencias letales para el mundo entero, como el mismo von Neumann debió sufrirlo en carne propia con el avance implacable del nazismo en la Europa de los años treinta. Sin embargo, el camino de las circunstancias personales no lleva muy lejos. Contribuye, claro, a reconstruir el curso histórico de lo que ocurrió en esos años decisivos, pero no explica la elección intelectual y creativa de Nash.

Vale la pena explorar una intuición alternativa: la desconfianza de Nash en la estabilidad de los resultados que se podían obtener mediante la comunicación verbal entre los jugadores. Una razón para esa desconfianza fue su participación en varios experimentos que se realizaron, entre 1952 y 1954, en Rand Corporation. Como cuenta William Poundstone (1992, 172), entre cuatro y siete personas se sentaban en una mesa y trataban de simular un juego cooperativo, como proponía la teoría de von Neumann. Los resultados fueron desastrosos. Un aparte del informe para Rand decía:

> Diferencias en las personalidades de los jugadores se hacían evidentes por todos lados. La tendencia de un jugador para entrar en coaliciones parecía tener una alta correlación con su charlatanería. Con frecuencia, cuando una coalición se formaba, su miembro más agresivo se hacía cargo de la negociación futura. En muchos casos, la agresividad jugaba un papel aún en la formación inicial de una coalición; y el que gritara primero y más duro después de que el árbitro ordenaba "ya" ejercía impacto sobre el resultado. [...] Es muy difícil decir si los resultados observados corroboran o no la teoría de von Neumann y Morgenstern. En parte, porque no es muy claro qué es lo que la teoría afirma (ídem).

Las dificultades que encontraron Nash y sus asociados tienen implicaciones profundas para el tratamiento de la racionalidad en la teoría de juegos. En los juegos cooperativos de von Neumann estaba implícita la idea de que los seres humanos que viven en sociedad pueden llegar a acuerdos, convenciones o pautas de comportamiento a través de la comunicación. Es decir, la racionalidad del comportamiento humano es el resultado, logrado a través de la comunicación, de la interacción social. Pero los resultados de los experimentos de Rand no parecían muy racionales. El hecho de que el más hablador o el más agresivo llevara la vocería de la coalición o tomara la iniciativa en la formación de coaliciones parecía indicar que no era la voz de la razón (cualquiera que fuese) la que predominaba en esas interacciones. No obstante, es obvio que en las sociedades reales los individuos llegan a acuerdos, normas o convenciones por diversas vías. Es decir, la interacción social produce, de una u otra forma, arreglos estables. El problema está en los modelos mentales que usamos para entender la genealogía y la formación de esos arreglos. Von Neumann creía que la colusión y los acuerdos, logrados a través de la comunicación humana, podían generar pautas de comportamiento, y que estas involucraban alguna forma de racionalidad. Pero las pautas de comportamiento *ya* existen y son observables para el investigador y para los individuos que participan en cada situación específica. El problema es *cómo* explicar la aparición de esas pautas de comportamiento. Aún más, en el caso de las coaliciones, cabe preguntar si la tendencia de los individuos a formarlas es el resultado no de un cálculo racional específico sino de la imitación o de la obediencia a ciertos estándares de comportamiento ya existentes.

Años después, Nash resumiría así sus objeciones al proceso verbal de formación de coaliciones que proponía von Neumann:

> Algunos de los conceptos teóricos aplicables a los juegos cooperativos de n personas se pueden interpretar como si se dieran sobre la base de un debate virtual entre los jugadores del juego. En éste, ellos debaten si una imputación puede ser aceptable o no sobre la base de las objeciones y contraobjeciones presentadas en términos de un jugador específico que argumenta en términos de una coalición específica. De esa forma, el conjunto de imputaciones "aceptables" puede ser limitado o aun reducido a una sola elección. Pero las reglas del debate parecen arbitrarias y el proceso no se parece a los procesos reales mediante los cuales intereses se juntan en coaliciones en ejemplos naturales (Nash, 2002b, 1).

No dirige sus objeciones más fuertes contra la ambigüedad de la comunicación humana o del lenguaje natural, sino contra la ausencia de un conjunto explícito de reglas que describan las acciones reales de los individuos en los juegos cooperativos, y contra la falta de correspondencia entre el proceso que proponía von Neumann y los procesos que se observan en la realidad. Ambas objeciones se relacionan con el tipo de mundo posible en el que se daría el proceso de formación de coaliciones. Un mundo en el que las decisiones dependen de debates sin reglas explícitas o de procesos complejos de objeciones y contraobjeciones, que muy bien podrían no tener fin, no es plausible para Nash. Los mundos posibles que representan su percepción del mundo real no funcionan así. Las coaliciones y sus procesos de formación tampoco parecen depender –y, sobre todo, no deberían hacerlo– de intercambios verbales entre los jugadores. Nash dice que sería muy complicado para que sea natural, o semejante a lo que ocurre en la realidad. Por eso, su búsqueda en el campo de los juegos cooperativos intenta encontrar un mecanismo que le permita

> [e]liminar todas las complicaciones "verbales" que se podrían involucrar en la consideración de coaliciones o en su formación (Nash, 2001, 1).

Esta consideración tiene, por supuesto, un carácter heurístico. Nash, el teórico de juegos, elige el procedimiento más "limpio", más armónico, y más realista posible para representar los procesos de formación de coaliciones. Los mecanismos verbales introducen complicaciones innecesarias y llevan a construir modelos menos tratables y menos simples[5]. No son económicos. En cambio, la predilección de Nash por modelos provenientes de los juegos evolutivos y de la biología obedece a que tienen una tendencia "natural" a buscar la trayectoria de menor resistencia. De allí su noción de agencias como mecanismo alternativo para la formación de coaliciones.

JUEGOS DE LENGUAJE: NASH Y VON NEUMANN-MORGENSTERN

Hay varias formas de representar y analizar la relación teórica entre Nash y vNM en los albores de la teoría de juegos. Como un choque de genios matemáticos: entre el joven ambicioso que lo quiere todo y el más grande científico vivo del momento. Como el cruce inesperado y aleatorio entre dos culturas: la intelectual y cosmopolita de Viena y Berlín a principios del siglo pasado, y la individualista y provinciana de Estados Unidos[6]. Como el enfrentamiento entre dos estilos de hacer matemáticas y dos formas de ver la interacción social. O como la concreción de una coyuntura específica en el desarrollo de la teoría de juegos y de la teoría económica.

He preferido, sin embargo, una alternativa analítica para representar y entender esta relación: los juegos semánticos de lenguaje ideados por Jaakko Hintikka (1976; 1996a; 1996b; 1999). Un juego de lenguaje es la interacción entre dos individuos o jugadores, el verificador y el falsador, que realizan las siguientes acciones: el segundo propone modelos o mundos posibles en los que se debe establecer si las fórmulas lógicas del lenguaje formal del primero se pueden satisfacer. El verificador propone una fórmula que pertenece a su lenguaje formal (L) y el falsador (la naturaleza, un genio malvado o un científico rival) propone un modelo M –que es un mundo posible o una interpretación de la fórmula original– en el que se debe estable-

[5] Rapoport (1970) intuye las dificultades asociadas con las decisiones que deben tomar miembros de coaliciones que son subconjuntos de I: los que no pertenecen a la coalición hacen ofertas a los miembros para que la abandonen. El proceso de negociación resultante es muy complejo, pues supone no sólo negociar cómo dividir $v(I)$, sino quién hace coalición con quién.

[6] Nash nació y creció en Bluefield, West Virginia, que tuvo un gran auge como resultado de la explotación del carbón. Nasar (1998) sugiere que su individualismo podría tener su origen en los valores dominantes en Bluefield.

cer si se satisface o no la fórmula del primero. En general, un juego de buscar y encontrar es una interacción en la que se busca verificar una oración cuantificacional de la forma (Hintikka, 1996a, 24):

$$(\forall x)\ (\exists y)\ S[x, y]$$

Los cuantificadores de esta fórmula se pueden interpretar como jugadas de los dos oponentes: el cuantificador existencial es la jugada del verificador, mientras que el cuantificador universal representa la jugada del falsador. Como dice Hintikka:

> Cada cuantificador existencial señala mi jugada: escojo (produzco, encuentro) un individuo cuyo nombre sustituya a la correspondiente variable ligada. Cada cuantificador universal señala una jugada de mi oponente: tiene libertad de producir un individuo cuyo nombre sustituye a las variables ligadas al cuantificador universal (ibíd., 81).

Una vez el falsador lanza un valor *a* para *x*, el verificador debe encontrar un *b* tal que S[*a*, *b*] sea verdadera. Como se trata de un juego, la teoría de los juegos semánticos trata de encontrar las estrategias ganadoras que cada jugador tendría en cierta interacción. En términos generales se puede enunciar la siguiente proposición:

> Una proposición A es verdadera en un modelo M si y sólo si el verificador tiene una estrategia ganadora para el juego de lenguaje jugado en M (van Benthem, 2000, 2).

Si se satisface la fórmula que propone el verificador se puede concluir que tiene una estrategia ganadora (W). Si, por el contrario, su fórmula no se puede satisfacer en los mundos posibles que propone el falsador, éste tiene una estrategia ganadora. Es evidente que el verificador está en una situación ventajosa: al parecer, siempre podría encontrar una estrategia que le permitiría establecer la verdad de sus proposiciones formales. Usando el lenguaje de los juegos lógicos, se podría decir que el verificador siempre tiene el poder para forzar cierto resultado. Pero el "siempre" de la expresión anterior se debe someter a examen. Tengamos en cuenta que el poder para forzar un resultado depende de los poderes alternativos de los otros jugadores para lograr lo mismo: el poder de cada uno está limitado por el poder de sus oponentes.

Pensemos ahora en la situación de Nash en 1949: la teoría de vNM era el único juego que se jugaba en el mundo creativo de Princeton y Rand Corporation. Tenía dos alternativas: unirse a la coalición propuesta por von Neumann, desarrollando algún aspecto específico de su teoría, o negarse a jugarlo y lanzarse a la aventura de proponer una idea "rival". Nash eligió la última. Al hacerlo, limitó deliberadamente el poder de su oponente para forzar resultados. Su opción implicaba una exigencia radical: en el juego que proponía desaparecía el poder de von Neumann para forzar resultados.

Nash, en su papel de falsador, optó por proponer un tipo de mundo posible tan diferente al de las condiciones que exigía la fórmula del verificador que ésta no se podía satisfacer. Uno se ve tentado a invocar el lenguaje de Kuhn (2000, 97-98) y hablar de especiación. Esta nueva "especie", la de los juegos no cooperativos, se puede imaginar como un desprendimiento del gran "árbol" que representaría la evolución de la teoría de juegos. La tentación se refuerza con el uso de la noción de inconmensurabilidad y sus implicaciones: el lenguaje de Nash no sería traducible, término a término, al de vNM y viceversa. Pero aquí la tentación tropieza con dificultades. En realidad, el punto de divergencia no es que alguien que usa el lenguaje de Nash no pueda traducir al suyo los conceptos teóricos del lenguaje de von Neumann. Tampoco que no pueda actuar como un nativo o un usuario natural del lenguaje del segundo. El punto es que los conceptos de solución y los problemas y enigmas correspondientes son distintos en las dos teorías. Desde la óptica de Kuhn se podría decir que las elecciones de los dos condujeron, desde un comienzo, a ramas divergentes del gran árbol de la teoría de los juegos. No se podría hablar de revolución científica ni de ruptura. Sólo de una divergencia inicial que produjo trayectorias evolutivas distintas. Aquí evolución sustituye a revolución. Ningún cambio dramático, ningún giro radical en el lenguaje: tan sólo la voluntad de iniciar un juego distinto cuando la teoría de juegos estaba en sus albores. Por ello, los dos juegos de lenguaje (y los dos programas de investigación) que resultan de esta decisión inicial no se pueden representar en el mismo grafo o árbol de sucesos. Son juegos distintos, representados también en grafos distintos.

Si el juego se representara en forma extensa, en la raíz o nodo inicial del juego que permitiría analizar la relación entre Nash y von Neumann, el jugador Nash debería elegir un mundo posible, o modelo M, en el que se pudiera establecer o no la validez de la fórmula propuesta por vNM: buscar y encontrar todos los juegos estratégicos de $n > 2$ para los que es válido el concepto de solución de vNM. Dado el carácter estratégico del juego, Nash debía encontrar mundos posibles en los que no se cumpliera la fórmula de von Neumann. Para hacerlo, debía conocer las reglas y la estructura matemática del juego que proponían vNM, como ocurrió en la realidad. Pero, además, debía conocer muy bien el nuevo juego de lenguaje que estaba proponiendo.

Fórmula ϕ: El concepto de solución de vNM para juegos de $n > 2$ es el siguiente: Sea $x \in \Re^n$ un vector de pagos, y $x(N) = \Sigma_{i\in n} x_i$. Para todo juego de $n > 2$, existe al menos un conjunto solución si la imputación x_i, asociada a la coalición $v(N)$, cumple las siguientes propiedades:
(i) $x_i \geq v(\{i\})$ para todo $i \in N$ $(i = 1, 2,..., n)$
(ii) $x(N) = v(N)$

Al concepto de solución de vNM está asociada una hipótesis de racionalidad[7] que define el comportamiento que seguirá cada jugador *i* si actúa en forma racional. La llamaré R1 (vNM), y la defino así: en juegos de $n > 2$, todo jugador *i* elige hacer parte de una coalición $v(n)$, con imputación x_i, si cumple las propiedades (i) $x_i \geq v(\{i\})$ y (ii) $x(N) = v(N)$ de la fórmula. Las propiedades exigidas por la formulación de vNM definen lo que se podría llamar racionalidad básica[8] de los individuos en juegos cuya solución toma la forma de coaliciones: ningún jugador racional pertenecerá a una coalición que no le garantice, al menos, un pago igual al que obtendría si actuara por su cuenta. Como plantean Luce y Raiffa:

> Bien sea que un jugador se encuentre en una coalición o no, es difícil imaginar, si es racional, que aceptará un pago final menor que el mínimo que puede esperar recibir si jugara solo contra una coalición de todos los demás jugadores (Luce y Raiffa, 1957, 192).

La hipótesis de racionalidad sólo es completa y efectiva si además define el comportamiento de los oponentes, es decir, de los demás. En su discusión metodológica, vNM muestran que las acciones de los demás y sus conjeturas acerca del razonamiento de cada individuo no son ajenas al problema que la teoría intenta resolver. La solución del problema de racionalidad para cada individuo exige tener en cuenta la solución de ese problema para los demás. Lo que cada uno supone acerca de lo que los demás suponen que el primero conjetura sobre los otros, y así sucesivamente, hace parte del problema de interacción epistemológica que los individuos deben resolver[9]. vNM lo plantean así:

[7] La importancia de la hipótesis de racionalidad implícita en la formulación de nuevas teorías y en su evaluación ha sido tratada con agudeza por Guala (2000).

[8] Rapoport (1970, 88-89) distingue entre racionalidad individual y racionalidad de grupo: la primera es similar a la primera propiedad de nuestra definición, la segunda corresponde a la segunda propiedad. Rapoport explica que la segunda es una igualdad, pues la gran coalición no puede aceptar menos que *V(I)*, y tampoco puede ganar más.

[9] El concepto de dominio público apareció luego de que Nash y von Neumann plantearon sus teorías. Pero la necesidad de la noción está implícita, en forma clara, en sus formulaciones.

> Cada participante puede determinar las variables que describen sus propias acciones pero no las de los otros. Sin embargo, esas variables "ajenas" no se pueden describir, desde su punto de vista, como supuestos estadísticos. Porque los otros, como él, están guiados por principios racionales –*cualesquiera que sean*– y ningún *modus procedendi* puede ser correcto si no intenta entender los principios y las interacciones de los intereses en conflicto de todos los participantes (vNM, 1947, 41, en latín en el original, énfasis mío).

Observemos la insistencia de vNM en la inutilidad de los métodos estadísticos y en que es inevitable definir algún tipo de racionalidad, no importa cuál, para plantear en forma correcta el problema de epistemología interactiva que deben resolver los individuos en situaciones de interacción estratégica. Llamo R2 (vNM) a este principio para vNM y lo formulo así: Todo jugador i sabe R1 y sabe que todo $j \neq i$ sabe R1 y que todo $j \neq i$ sabe que todo $k \neq j$ sabe R1; por tanto, R1 es de dominio público[10]. ¿Qué quiere decir que R1 (vNM) es de dominio público[11]? Que todo jugador racional sabe que ningún otro se sumará a una coalición que no cumpla las propiedades mínimas de racionalidad establecidas para juegos de coalición.

¿Qué implica esta definición de racionalidad? Primero, supone que todo individuo espera que sus oponentes se comporten como él y no decidan hacer parte de una coalición que no cumpla, al menos, las propiedades establecidas más arriba. Segundo, no usa la hipótesis de racionalidad convencional –todo individuo i, dada su conjetura p_{-i} (la estrategia del jugador $-i$) acerca del comportamiento de sus oponentes, elige una p_i que maximiza su utilidad esperada–. Tercero, al no identificar la racionalidad de los jugadores con la solución de un problema de maximización, introduce un nuevo tipo de problema, que se debe resolver, también, por otros métodos. Ahora, la racionalidad de cada uno, y la de los demás, aparece bajo una nueva perspectiva: encontrar las estructuras matemáticas que representan las estructuras sociales estables que surgen de la interacción entre más de dos individuos[12]. Observemos la relación necesaria entre los tres elementos mencionados: a cada problema corresponde cierto tipo de racionalidad y la aplicación de esta última al primero genera un concepto de solu-

[10] Aquí, como en la formulación de R1 y de las que siguen, sigo la notación de Gul (1996).

[11] En el sentido planteado por Aumann y Bradenburger (1995).

[12] Leonard (1997) explora la relación entre estructuras sociales y estructuras matemáticas, responsable de buena parte de los desarrollos más importantes de la lingüística, la antropología y la teoría de juegos en el siglo pasado. En particular, el concepto de solución conocido como conjunto estable representa la aplicación más ambiciosa de las estructuras matemáticas al estudio de las interacciones sociales. Como dice Leonard (1997, 318): "La estructura matemática deviene un medio para desnudar la estructura social y ganar acceso a ella" (en bastardilla en el original).

ción que toma la forma de un conjunto estable (estructura matemática que ya mencioné).

Al mismo tiempo, la noción de racionalidad elegida por vNM depende del número de jugadores involucrado en cada interacción social o en cada juego. A esta dependencia del número de jugadores[13] la llamo *postulado de los números*, y se puede formular así:

> *Postulado*: el tipo de solución para los juegos estratégicos de *n* personas depende en forma crucial de *n*, en el sentido de que el problema que los jugadores deben resolver cambia con el número de jugadores involucrados en cada situación de juego.

Debe quedar claro que el postulado de los números sólo constata la existencia de un problema que se debe resolver. Cuando *n* es mayor que 2, aparece un nuevo problema para la teoría de juegos, en su forma extensa y en la estratégica: formular una representación explícita de las exigencias de interacción epistemológica involucradas en los diversos conceptos de solución. La fórmula es conocida: el individuo *i* debe conjeturar cuál será la acción del individuo *j*. Pero la acción de este último depende de sus propias conjeturas con respecto a la acción que elija *i*. A su vez, ambas acciones dependen de las conjeturas de cada uno con respecto a la conjetura del otro acerca de su propia acción. Es decir, *i* elegirá una acción compatible con la conjetura que haga acerca de la conjetura de *j* acerca de la acción de *i*. Si hay un individuo *k* la fórmula se torna más compleja: *i* conjetura que *j* conjetura qué conjetura el primero sobre lo que conjeturan *j* y *k* con respecto a su racionalidad, la de *i*, y así sucesivamente. No es difícil ver que la estructura formal del juego debe cambiar para incluir en forma explícita estas nuevas exigencias de razonamiento[14]. O que se requiere un nuevo tipo de formulación para resolver los nuevos problemas de interacción epistemológica ocasionados por la consideración explícita de las conjeturas y del conocimiento de los jugadores.

> Juego de buscar y encontrar propuesto por vNM: sea la fórmula f, que pertenece a L(vNM), el lenguaje formal de la teoría de vNM. El juego de *buscar y encontrar* de vNM consiste en buscar y encontrar todos los mundos posibles (modelos) en los que su fórmula es válida.

Si Nash hubiera jugado el juego de von Neumann, en su papel de falsador habría definido una clase de mundos posibles en la que era

[13] En un artículo reciente, Monsalve (2002, 120-122) subraya la importancia de los números en la teoría de juegos.
[14] Para una reseña de los desarrollos recientes en epistemología interactiva, ver Bradenburger (2002).

imposible validar la fórmula original proveniente del lenguaje de von Neumann. Ese mundo posible estaba definido por una racionalidad estricta o máxima. Crawford (2000) plantea, con precisión, las alternativas que enfrentaron von Neumann y Nash al tomar sus decisiones en materia de racionalidad. Crawford enuncia así los tipos de racionalidad que estaban ante los ojos de Nash y von Neumann:

> Un jugador en un juego de suma cero de dos personas que desee maximizar su pago esperado, y que espere que su oponente anticipe su estrategia, sencillamente no puede hacer nada mejor que jugar su estrategia de maximin. Y si todos los jugadores predicen la misma combinación de estrategias, esas estrategias son consistentes con la maximización del pago esperado si y sólo están en equilibrio (Crawford, 2000, 3).

La segunda parte de la definición es bien conocida en la profesión y se puede denominar racionalidad de expectativas racionales. La primera se podría considerar como una racionalidad de maximin. Nash eligió la segunda. Von Neumann y Morgenstern la primera. No está de más observar que en juegos de suma cero de 2 personas los resultados obtenidos con las dos hipótesis de racionalidad son equivalentes.

La elección de Nash es fácil de entender: en vez de elegir un mundo posible en el que se validara la fórmula propuesta por vNM, eligió uno en el que los jugadores siguieran la racionalidad más estricta. He aquí la clase de mundos posibles (M) que propuso Nash: Sea M la clase de mundos posibles en los que las coaliciones, la comunicación y los pagos laterales son imposibles.

¿Por qué la fórmula de vNM no podía ser validada en la clase de mundos posibles de Nash? Porque la fórmula de Nash se basa en una noción de racionalidad que difiere en forma radical de la que proponen vNM, y porque incluye o "cubre" el resultado de solución propuesto por vNM. El propio Nash lo plantea así:

> La noción de punto de equilibrio es el ingrediente básico de nuestra teoría. Esta noción brinda una *generalización del concepto de solución de un juego de suma cero de dos personas*. Resulta que el conjunto de puntos de equilibrio de un juego de suma cero de dos personas es sencillamente el conjunto de todos los pares de "buenas estrategias" opuestas (Nash, 1997a, 14, énfasis mío).

La primera dificultad es que la fórmula de vNM no se puede *incrustar* (en el sentido de Hintikka) en el modelo o mundo posible de Nash. ¿Qué quiere decir incrustar una fórmula en un modelo? Verificar si la fórmula propuesta se cumple o no en el mundo que propone el jugador que intenta "falsarla". Es decir, en el mundo posible de Nash, en el que los jugadores se guían por una racionalidad de expectativas racionales, R1 (Nash), no es posible verificar o validar la fórmula f que propone vNM. ¿Por qué? Recordemos que las nociones de racionalidad para juegos de $n > 2$, y sus correspondientes extensiones de dominio público, difieren en ambos. Por ello, la propiedad de comportamiento racional requerida por sus teorías tiene efectos distintos sobre las soluciones alcanzadas. Se podría decir, en forma intuitiva, que si bien ambos tipos de solución son producto de comportamientos racionales, están situados en subconjuntos distintos del conjunto de soluciones racionales para juegos de $n > 2$ en razón de que su definición es diferente, corresponden a estructuras matemáticas y algoritmos diferentes, y existen en mundos posibles distintos.

La hipótesis de racionalidad de Nash, R1 (Nash), puede tomar esta forma: Todo jugador i hace una conjetura p_{-i} acerca del comportamiento de sus oponentes, y elige una p_i que maximiza (mejor respuesta) su utilidad esperada.

Esta hipótesis se deriva de la interpretación "racionalista" que el mismo Nash propuso en su tesis de Ph.D. de 1950 (Nash, 2002a, 80). Tres son los principios o condiciones que debe observar una predicción racional (derivada, a su vez, de un comportamiento racional): debe ser única, los jugadores deben ser capaces de deducirla y usarla (no hay restricciones de capacidad de inferencia ni de computación), y el hecho de que cada uno sepa qué esperar de las acciones de los demás no puede llevarlo a actuar de manera distinta a la que dicta la predicción. Es obvio que las exigencias de esta hipótesis de racionalidad son muy fuertes. Supone, en primer lugar, que todos los jugadores están en capacidad de hallar el algoritmo que les permita encontrar la acción que maximiza su utilidad esperada. En segundo lugar, que todos y cada uno de los jugadores son capaces de conjeturar, en forma exacta, el comportamiento de los demás. Y, por último, supone una extrema consistencia entre el pensamiento deductivo de los jugadores y sus acciones reales: ninguno, sabiendo lo que sabe, renuncia a realizar la acción que le permite obtener el pago esperado más alto.

Nash conocía muy bien las limitaciones y dificultades de esta interpretación racionalista de la conducta de los jugadores. Dos páginas atrás, en su tesis de doctorado (Nash, 2002a, 78), sugería una interpretación alternativa del comportamiento racional de los jugadores: la interpretación de *mass-action* de los puntos de equilibrio. El tono evolutivo de esta interpretación parece natural al lector contemporáneo[15]. Al plantearla, Nash se sitúa en el otro extremo del rango de exigencias de la racionalidad: los individuos no requieren

[15] Para una interpretación actual de la idea original de Nash, ver Bjonerstedt y Weibull (1996).

ninguna capacidad deductiva o computacional, y ningún conocimiento de la estructura matemática del juego o de alguna conjetura acerca de la racionalidad de sus oponentes. Lo único que hacen es acumular la información empírica que reciben acerca de las ventajas relativas de cada estrategia disponible hasta converger a un perfil de estrategias de equilibrio. Pero Nash no desarrolló esta idea, y sólo mucho después, en el despertar de los juegos evolutivos, en los años noventa, fue desempolvada y usada con éxito para modelar los procesos de convergencia al equilibrio con agentes de racionalidad limitada.

Por último, tal como lo hice para vNM, se debe formular para Nash la condición de dominio público de la hipótesis de racionalidad que propuso, R1 (Nash). Sea R2 (Nash): todo jugador i sabe R1 (Nash) y sabe que todo jugador $j \neq i$ sabe R1 y que todo $j \neq i$ sabe que todo $k \neq j$ sabe R1; por tanto, R1 (Nash) es de dominio público.

LA CONDICIÓN DE DIVERGENCIA

Si Nash decidió no unirse a la coalición teórica que propuso von Neumann, es necesario ahora establecer la divergencia estructural entre sus juegos de lenguaje respectivos. Sea N el grafo que representa el juego de lenguaje de vNM. Sea s un mundo posible perteneciente a la clase de mundos posibles M que propuso Nash para validar o no la fórmula ϕ perteneciente al lenguaje formal de vNM. En ningún estado (nodo) s del modelo de Nash se puede satisfacer la fórmula de vNM. Sin embargo, ϕ es verdadera en el mundo posible t, perteneciente a la clase de mundos posibles N de vNM (aquella en la que los agentes racionales optan por formar coaliciones). En general, ϕ es verdadera en cualquier estado (nodo) t del conjunto modelo de von Neumann. Por tanto, ϕ sólo es verdadera en los estados t y en todos los estados con la misma estructura modal.

Si la fórmula de vNM no se cumple en el mundo posible o modelo de Nash, obtenemos $\neg\phi$ en el primer nodo del juego. Por tanto, ϕ no es verdadera en el modelo M de Nash. La negación de ϕ en el mundo posible de Nash implica que las otras reglas lógicas del juego de buscar y encontrar deben preservar "hacia abajo", en el árbol del juego, el resultado del primer nodo. Como dice Hintikka, una vez se encuentra una inconsistencia en una fórmula atómica, no se puede eliminar esta violación de las condiciones que definen un conjunto modelo:

> Si una de las aproximaciones a un conjunto modelo que alcanzamos de este modo no satisface (C. ¬), tenemos que llegar a un final muerto, pues ninguna aplicación ulterior de nuestras reglas puede eliminar esta violación de las condiciones definitorias de un conjunto modelo. [...] Si esto sucede en todas

las ramas de una construcción arbórea, el conjunto inicial de oraciones era inconsistente (Hintikka, 1976, 39).

¿Cuáles son las consecuencias de esta divergencia en las nociones de racionalidad que eligieron von Neumann y Nash? Que en la clase de mundos posibles definida por Nash no es válida la fórmula de vNM. Sea S el conjunto de todas las soluciones racionales para juegos de $n > 2$. A (un sistema de conjuntos que poseen la propiedad R1-R2) es una partición finita de S, tal que $A_i \cap A_j = \varnothing$, $\forall_i \neq {}_j$, y $\cup_i A_i = S$. Las implicaciones de esta proposición son esenciales: si R1-R2 constituyen una partición A de S, las soluciones que cumplen R1-R2 (Nash) están en una "celda" o zona distinta de aquella en la que se encuentran las que cumplen R1-R2 (vNM). Si no hay ningún estado de M en el que ϕ se satisfaga, es imposible que algún estado de N en el que ϕ se pueda satisfacer pertenezca a la misma zona de la partición racionalidad.

Por tanto, las predicciones de la teoría de Nash, en juegos de $n > 2$, no pueden coincidir con las de la teoría de vNM: sus nociones divergentes de racionalidad las hacen distintas. Desde el punto de vista del juego de buscar y encontrar que propuso vNM, la fórmula inicial ϕ de su teoría no es válida en el mundo posible de Nash. El conjunto de soluciones de vNM no sería una mejor respuesta ante la conjetura p_{-i} del jugador racional i de la teoría de Nash. La racionalidad implícita en la fórmula de vNM no es una guía adecuada para la acción en el mundo posible de Nash: es una alternativa inferior, o dominada, frente a la que requiere la fórmula de solución de Nash. Recordemos el teorema de Nash para puntos de equilibrio en juegos finitos de *n* personas: para todo juego finito estratégico de *n* personas existe al menos un punto de equilibrio en estrategias mixtas[16].

Es evidente que el tipo de solución y las exigencias de racionalidad de esta fórmula no coinciden con las de la propuesta de vNM, salvo en el caso de juegos de suma cero de dos personas.

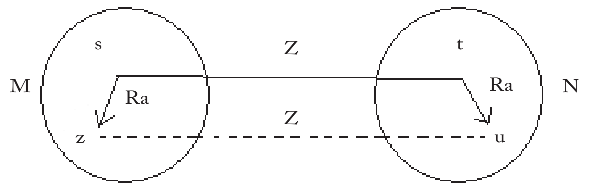
Joham van Benthem (2001, 1) hace la siguiente pregunta: ¿cuándo son dos juegos el mismo? El propósito de la pregunta es buscar una noción de equivalencia entre diversas presentaciones de un mismo juego (ibíd., 7). Para responderla hay que describir la estructura de cada juego. La idea es que un mismo proceso dinámico de interacción se puede describir mediante juegos distintos cuyas estructuras son, sin embargo, equivalentes. Una propiedad decisiva de este enfoque es que la equivalencia estructural preserva la verdad de

[16] Esta proposición es, por supuesto, el teorema de la existencia de al menos un punto de equilibrio para juegos finitos no cooperativos de *n* personas de Nash.

las fórmulas modales. Es obvio que en el caso que trata este artículo el problema es el opuesto: ¿cuáles son las condiciones mínimas que hacen distintos a dos juegos? En particular, ¿qué condiciones aseguran que dos juegos con nociones distintas de racionalidad sean, también, distintos en términos modales y estructurales? Primero expongo la noción de equivalencia entre dos juegos. A este respecto, van Benthem introdujo la noción de bisimulación que establece las condiciones que hacen equivalentes, en términos lógicos, a dos procesos dinámicos, en nuestro caso a dos juegos distintos. Si se puede establecer que dos juegos no son equivalentes, no cumplen las propiedades que definen a la bisimulación, se puede afirmar que son divergentes o juegos distintos. Van Benthem la define así:

> Una bisimulación es cualquier relación binaria *Z* entre estados de dos grafos M, N, con vínculos etiquetados (por ejemplo, relaciones de transición binaria Ra), tales que cuando *xZy*, tenemos (1) armonía atómica, y (2) cláusulas de zigzag para toda *a*: (1) *x*, *y* verifican las mismas letras proposicionales, (2a) si *xRaz*, existe un *u* en N tal que *yRau* y *zZu*, (2b) viceversa (ibíd.).

Figura 1



La condición de divergencia establece que dos grafos M, N, que representan los juegos de buscar y encontrar de Nash y von Neumann, con nodos *s*, *t*, respectivamente, no son equivalentes si (1) no satisfacen las mismas fórmulas modales, y si (2) no hay bisimulación *Z* entre M y N, con *sZt*.

Para establecer la primera cláusula basta recordar que la partición racionalidad separa en zonas disjuntas a todos los estados en los que se satisface la fórmula ϕ de aquellos en los que no se satisface. Si no hay ningún estado de M en el que se satisfaga ϕ, no se puede vincular ningún estado de esa zona con todos los estados que satisfacen la fórmula en N. En particular, ningún estado *s* de M está conectado con ningún estado *t* de N. En cuanto a la segunda cláusula, basta señalar que la fórmula, que se puede cumplir en cualquier sucesor *Ra* en M, no se puede cumplir en ningún estado en el grafo N.

Si en los *s* nodos del grafo M, que representa el juego de lenguaje de Nash, no se puede validar una fórmula ϕ perteneciente a un lenguaje formal L, y si la fórmula ψ, perteneciente al lenguaje formal H del falsador, no se puede validar en ninguno de los nodos o estados t de N, los mundos posibles de von Neumann, la divergencia inicial se conserva y el grafo N representa otro juego de lenguaje.

CONCLUSIÓN

Hace ya más de 50 años, Nash llegó a Princeton y leyó la obra de von Neumann y Morgenstern, *Theory of Games and Economic Behavior*. En su ya legendaria tesis de doctorado, Nash decidió no unirse a la coalición que von Neumann proponía. Así inició un nuevo juego de lenguaje que habría de tener inmensas repercusiones en el desarrollo futuro de la teoría de juegos y de la teoría económica en general. Este ensayo sólo intenta aplicar la lógica de los juegos al juego que, se presume, von Neumann y Nash jugaron o no jugaron hace más de medio siglo. Este intento hace pensar que los procesos de avance del conocimiento son procesos interactivos que se pueden modelar como juegos, y que Nash y von Neumann, en vez de jugar un juego común, propusieron juegos distintos que llevaron a programas de investigación divergentes. La decisión fundamental corrió por cuenta de Nash: decidió no sumarse a la coalición propuesta por von Neumann y desarrollar su propio juego con los resultados ya conocidos.

En un artículo reciente, Robert Sugden (2000) definió el oficio de los economistas teóricos como la construcción de mundos creíbles, intentos de aproximación al más complejo de todos los modelos: la realidad. Aquí se sugiere la noción alternativa de mundos posibles: la teoría económica, sin renunciar a la aproximación más fina posible a la realidad, ha avanzado mediante la creación de mundos posibles cuyas características y reglas dependen en gran medida de las elecciones y aspiraciones teóricas de sus creadores. Nash y von Neumann propusieron mundos posibles distintos y generaron programas de investigación y mundos divergentes. Su caso, por supuesto, es muy particular. Ambos eran matemáticos del más alto nivel que se encontraron, por casualidad, con una disciplina que apenas nacía. ¿Las mismas reglas, los mismos procesos se pueden usar para explicar la actividad creativa de la mayor parte de los mortales que trabaja en la profesión? ¿Es válido modelar otros procesos de avance del conocimiento como juegos de lenguaje? Este es el problema.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ambrus, A. "Coalitional Rationality", Princeton University, Department of Economics, mimeo.

Aumann, R. y A. Bradenburger. 1995. “Epistemic Conditions for Nash Equilibrium”, *Econometrica* 63, pp. 1161-1180.
van Benthem, J. 2001. “Extensive Games as Process Models”, Amsterdam y Stanford, mimeo.
van Benthem, J. 2000. “Hintikka Self-Applied: an Essay on the Epistemic Logic of Imperfect Information Games”, Amsterdam y Stanford, mimeo.
Bjornerstedt, J. y J. Weibull. 1996. “Nash Equilibrium and Evolution by Imitation”, Arrow et al., eds., *The Rational Foundations of Economic Behaviour,* Nueva York, St. Martin's Press.
Bradenburger, A. 2002. “The Power of Paradox: Some Recent Developments in Interactive Epistemology”, Harvard Business School, mimeo.
Bradenburger, A. y A. Friedenberg. 2002. “Common Assumption of Rationality in Games”, Stern School of Business, Nueva York University, mimeo.
Crawford, V. P. 2000. “John Nash and the Analysis of Strategic Behavior”, University of California, San Diego, Discussion Paper 2000-2003.
Guala, F. 2000. “The Logic of Normative Falsification: Rationality and Experiments in Decision Theory”, *Journal of Economic Methodology* 7, 1, pp. 59-93.
Gul, F. 1996. “Rationality and Coherent Theories of Strategic Behavior”, *Journal of Economic Theory* 70, pp. 1-31.
Hintikka, J. 2000. *On Wittgenstein*, Belmont, CA, Wadsworth.
Hintikka, J. 1999. *Inquiry as Inquiry: A Logic of Scientific Discovery. Selected Papers 5*, Boston, Kluwer Academic Publishers.
Hintikka, J. 1996a. *The Principles of Mathematics Revisited*, Nueva York, Cambridge University Press.
Hintikka, J. y G. Sandu. 1996b. “Game Theoretical Semantics”, J. van Benthem y A. ter Meulen, eds., *Handbook of Logic and Language*, Amsterdam, Elservier.
Hintikka, J. 1976. *Lógica, juegos de lenguaje e información*, Madrid, Editorial Tecnos.
Kuhn, T. S. 2000. *The Road since Structure: Philosophical Essays 1970-1993*, James B. Conant y John Haugeland, eds., Chicago, University of Chicago Press.
Kuhn, T. S. 1997. “El camino desde la estructura”, J. M. Jaramillo et al., eds., *Thomas Kuhn*, Cali, Editorial Universidad del Valle, [1990].
Kuhn, T. S. 1986. *La estructura de las revoluciones científicas*, México D. F., Fondo de Cultura Económica, [1962].
Kuhn, T. S. 1977. “Second Thoughts on Paradigms”, *The Essential Tension*, Chicago, University of Chicago Press, pp. 293-319.
Leonard, R. J. 1997. “Value, Sign and Social Structure: The ‘game’ metaphor and modern social science”, *The European Journal of the History of Economic Thought* 4, 2, pp. 299-326.
Leonard, R. J. 1995. “From Parlor Games to Social Science: von Neumann, Morgenstern, and the Creation of Game Theory 1928-1944”, *Journal of Economic Literature* 33, pp. 730-761.
Leonard, R. J. 1994. “Reading Cournot, Reading Nash: The Creation and Stabilisation of The Nash Equilibrium”, *The Economic Journal* 104, pp. 492-511.

Luce, D. L. y H. Raiffa. 1957. *Games and Decisions*, Nueva York, Dover.
Monsalve, S. 2002. "Teoría de Juegos: ¿Hacia dónde vamos?", *Revista de Economía Institucional* 4, 7, pp. 114-130.
Myerson, R. B. 1999. "Nash Equilibrium and the History of Economic Theory", *Journal of Economic Literature* 38, pp. 1067-1082.
Nasar, S. 1998. *A Beatiful Mind*. Nueva York, Simon and Schuster.
Nash, J. 1997a. "Non-Cooperative Games", H. W. Kuhn, ed., *Classics in Game Theory*, NJ, Princeton, Princeton University Press, pp. 14-26, [1950].
Nash, J. 1997b. "Equilibrium Points in n-person Games", H. W. Kuhn, ed., *Classics in Game Theory*, NJ, Princeton, Princeton University Press, pp. 3-4, [1949].
Nash, J. 2001. "First Report on a Project Studying the analysis of Cooperation in Games through Modeling in Terms of Formally Non-Cooperative Action in a Repeated Game Context", Princeton University, Department of Mathematics, mimeo.
Nash, J. 2002a. *The Essential John Nash*, H. W. Kuhn y S. Nasar, eds., NJ, Princeton, Princeton University Press.
Nash, J. 2002b. "Reduction of Coalitions to Agencies, a Scheme for the Analysis of Cooperative Games", Bergamo-XX-Cowles Seminar, mimeo.
von Neumann, J. y O. Morgestern. 1947. *The Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton, Princeton University Press.
Popper, K. 1997. *El mito del marco común*, Barcelona, Paidós.
Poundstone, W. 1992. *Prisoner's Dilemma*, Nueva York, Doubleday.
Rapoport, A. 1970. *N-Person Game Theory*, NY, Mineola, Dover.
Sugden, R. 2000. "Credible worlds: the status of theoretical models in economics. *Journal of Economic Methodology* 7, pp. 1-31.
De Vany, A. 1993. "Information, Bounded Rationality, and the Complexity of Economic Organization", University of California, Irvine, Department of Economics, mimeo.
Wittgenstein, L. 1988. *Investigaciones Filosóficas*, Barcelona, Grijalbo, Edición del Instituto de Investigaciones Filosóficas de la UNAM, traducción de C. U. Moulines.