CRECIMIENTO ENDÓGENO: CONOCIMIENTO Y PATENTES*

*Óscar A. Benavides G.***
*Clemente Forero P.****

INTRODUCCIÓN

El marco teórico neoclásico elaborado por Solow (1956) en la década de los cincuenta señalaba que, en competencia perfecta, el crecimiento del producto per cápita en el largo plazo terminaba agotándose a menos que hubiese cambios exógenos en el nivel de conocimiento tecnológico. El modelo predecía que si las economías sólo se diferenciaban en el capital per cápita, en el largo plazo presentarían una tendencia a la convergencia de la tasa de crecimiento y del nivel de ingreso per cápita. David Cass y Tjalling Koopmans ampliaron el modelo en 1965 y a partir del trabajo de Frank Ramsey de 1928 incluyeron las decisiones intertemporales de los consumidores, haciendo de la tasa de ahorro una variable endógena. En los años sesenta y setenta, la teoría neoclásica del crecimiento se convirtió en un problema de alta complejidad matemática y de escasa aplicabilidad y relevancia empírica.

En contraste con los modelos de Solow y Cass-Koopmans, los desarrollos posteriores a 1986 coinciden en señalar que el

* Este documento hace parte del proyecto titulado *Producción de conocimiento y dinámica del crecimiento endógeno*, financiado por Colciencias. Los autores agradecen los comentarios de los profesores Nohora León, Sergio Monsalve, Manuel Muñoz, Arsenio Pecha, Édgar Serrano y Álvaro Zerda. Igualmente, a los estudiantes de Teoría del Crecimiento de la Escuela Colombiana de Ingeniería, a los participantes del Seminario del Banco de la República y a los árbitros externos de la Revista de Economía Institucional. Fecha de recepción: 26 de junio de 2001; fecha de aceptación: 6 de diciembre de 2001.

** Profesor de la Universidad Externado de Colombia, Facultad de Economía, calle 12 n.º 1-17 este, Bogotá, oabenavg@bachue.usc.unal.edu.co y de la Escuela Colombiana de Ingeniería.

*** Profesor de la Universidad de los Andes y de la Universidad del Rosario, calle 14 No. 4-79, Bogotá, cforerop@claustro.urosario.edu.co.

crecimiento sostenido del producto per cápita en el largo plazo puede ser un resultado de fuerzas endógenas dentro del mismo proceso de acumulación. Algunos de esos trabajos, como los de Romer (1986), Lucas (1988) y Rebelo (1991)[1], obtienen un crecimiento autosostenido en el largo plazo si la productividad marginal del capital (físico o humano) es no decreciente, aun si el nivel de tecnología se mantiene constante. Es necesario mantener fija esta variable porque es la condición para que haya competencia perfecta, es decir, para que sea posible explicar el crecimiento del ingreso per cápita en el largo plazo en un marco neoclásico. En otros modelos, como los de Romer (1987, 1990a), Grossman y Helpman (1991), Aghion y Howitt (1992, 1998) y Young (1991, 1992 y 1993), el crecimiento autosostenido es el resultado de avances de la tecnología. El conocimiento tecnológico, un factor de producción no rival y parcialmente excluible, avanza como resultado de las actividades de investigación y desarrollo (I&D) que las firmas llevan a cabo. En estos modelos, el avance del conocimiento tecnológico implica adoptar estructuras de competencia imperfecta que aseguran su equilibrio instantáneo.

Estas dos clases de modelos para explicar el crecimiento sostenido se pueden considerar duales, pues mientras que por ejemplo en Lucas (1988) el nivel de tecnología está dado y la acumulación de capital humano asegura el crecimiento de largo plazo, en Romer (1990a) el capital humano es constante y el cambio tecnológico endógeno asegura el crecimiento sostenido. Las estructuras de mercado correspondientes también contrastan. En Lucas (1988) hay competencia perfecta, mientras que en Romer (1990a) hay competencia monopólica. La polaridad de estos modelos de crecimiento endógeno ha impedido determinar simultáneamente las decisiones de inversión en capital humano y tecnología, pues al enfocarse en un factor de crecimiento y dejar al margen el otro, no permiten optimizar la escogencia entre capital humano y tecnología. Sin embargo, las economías requieren arbitrar recursos, en forma óptima, entre las actividades de educación e investigación para que, además de asegurar el crecimiento sostenido, se maximice el ritmo de crecimiento.

Para responder al dilema de invertir en capital humano o en tecnología, con el fin de lograr la mayor tasa de crecimiento autosostenido, desarrollamos un modelo de crecimiento endógeno con tres sectores que producen bienes de consumo, capital humano y tecnología. En este modelo coexiste la acumulación deliberada de capital humano con la investigación y desarrollo (I&D), también

[1] Romer (1986) se fundamenta en los trabajos de Arrow (1962) y Sheshinski (1967). Lucas (1988) y Rebelo (1991) parten de Uzawa (1965).

deliberada. Además, coexisten dos estructuras de mercado: la competencia monopólica en el sector de (I&D)[2] y la competencia perfecta en la producción de capital humano y bienes finales. La coexistencia de estas estructuras de mercado permite acumular simultáneamente capital humano, un conocimiento rival sujeto a exclusión, y tecnología, un conocimiento no rival y de exclusión parcial.

Sólo cuando la tecnología permanece constante es posible mantener la competencia perfecta (Stiglitz, 1993). Cuando el conocimiento tecnológico cambia, el crecimiento no se puede explicar en un escenario de competencia perfecta pues surgen rendimientos crecientes originados por no convexidades y estructuras de competencia imperfecta originadas, respectivamente, por el carácter no rival y no excluible del conocimiento tecnológico. Este es el planteamiento que se adopta en nuestro modelo, en el que el mercado de tecnología tiene una estructura de competencia monopólica asociada a un desarrollo institucional: el otorgamiento de patentes que dan derecho exclusivo a la explotación comercial de este conocimiento. La producción de capital humano, por su parte, en virtud de que requiere factores rivales y sujetos a exclusión, no requiere introducir una estructura de mercado diferente a la competencia perfecta.

EL MODELO

Supuestos generales

1. Se considera una economía cerrada con tres sectores: el primero produce bienes finales; el segundo, capital humano (conocimiento rival) y el tercero, tecnología (conocimiento no rival).

2. El conocimiento tecnológico es un factor de producción con características de bien público no puro: no rival y sujeto a exclusión.

3. Para facilitar la comparación de resultados, la función de producción del sector de bienes finales tiene las mismas propiedades que en Romer (1990a): rendimientos crecientes a escala para el conjunto de factores rivales y no rivales, pero rendimientos constantes a escala cuando sólo se consideran los factores rivales.

4. Hay dos tipos de trabajo: L_o no calificado, que sólo se usa en la producción de bienes finales y se mantiene fijo, y trabajo calificado que se usa para producir capital humano o tecnología.

[2] Igual que en el modelo de Romer (1990a), el mecanismo de exclusión genera los incentivos que requiere la actividad innovadora. En cualquier otro caso, la tecnología se dejaría acumular y, por tanto, el producto per cápita dejaría de crecer.

5. El trabajo no calificado se puede calificar; por tanto, un aumento de individuos capacitados o del nivel promedio de capacitación son sustitutos perfectos entre sí.

6. El factor de producción en la producción de capital humano es el mismo capital humano. Para acumular capital humano es necesario que sea rentable para los estudiantes y, además, que haya capital humano dispuesto a trabajar en este sector.

7. La función de producción de tecnología presenta rendimientos constantes a escala y sólo utiliza capital humano como factor de producción en forma lineal; además, la productividad de este sector no cambia cuando hay cambios en la tecnología; siempre es A_o, un valor inicial dado[3]. Este supuesto contrasta con el de Romer, que supone rendimientos crecientes.

El propósito de este artículo es mostrar que con estos supuestos, y en ausencia de externalidades, es posible obtener crecimiento sostenido, siempre que se permita el crecimiento del capital humano y de la tecnología. En cualquier otro caso, el crecimiento del producto termina agotándose y el modelo se comporta de la misma manera que el de Solow (1956). Nuestro modelo de crecimiento permite obtener crecimiento a partir de unas condiciones mínimas en cuanto a rendimientos de la función de producción de tecnología y no requiere suponer externalidades del capital humano ni de la tecnología, pero garantiza crecimiento sostenido.

LOS PRODUCTORES

Generalidades

Se considera un modelo de crecimiento endógeno con horizonte infinito de tiempo y dos tipos de agentes: firmas competitivas y hogares que poseen los factores de producción. Las firmas pagan a los hogares y a otras firmas por los factores que utilizan en la producción de bienes finales, capital humano y tecnología. Puesto que el modelo tiene horizonte infinito, es conveniente considerar los hogares como dinastías, cuyas diferentes generaciones están unidas por el altruismo[4]. Cada generación está compuesta por N individuos que pueden trabajar produciendo bienes finales, capital humano o tecnología, o destinar parte de su tiempo a acumular capital humano. La estructura del modelo se puede sintetizar así: el capital humano se produce a partir

[3] Ver Aghion-Howitt (1992).

[4] Ver Barro y Sala-i-Martin (1995, 135), cuyo análisis parte de los trabajos de Barro (1974) y Barro y Becker (1988; 1989, 309).

de capital humano y se destina a reproducir capital humano o a producir tecnología; la tecnología se destina a la producción de bienes finales, que se pueden consumir o reinvertir en la producción de bienes finales.

Sector de bienes finales

El producto final *Y* es una función del trabajo no calificado y la tecnología. La función de producción de *Y* se desarrolla en varios pasos, en forma similar a la de Romer (1987, 1990a). En la función de bienes finales, la tecnología se introduce de la siguiente manera. Primero se considera la tecnología como un conjunto infinito de bienes intermedios *X(i)*, disponibles en el momento *t*. Por tanto, *A* cambia a medida que se inventan nuevos bienes intermedios. Si *i* es un índice de los bienes intermedios (donde *i* es una variable continua), y puesto que en la producción de bienes finales se utiliza una cantidad fija de trabajo no calificado, su función de producción es

$$Y(t) = L_0^{\beta} \int_0^A X(i)^{1-\beta} di \qquad (1)$$

Los bienes intermedios entran como una función aditivamente separable, en donde hay una firma distinta *i* para cada bien *i*. Este hecho, sumado a que se supone que los bienes intermedios no son sustitutos perfectos entre sí, implica que cada firma *i* tiene una curva de demanda de pendiente negativa (costos no crecientes) y su mercado adopta una estructura de competencia monopólica[5]. Si todos los insumos se proporcionan al mismo nivel $\overline{X}$, la función de producción (1) se convierte en:

$$Y_t = L_0^{\beta} A \overline{X}^{(1-\beta)} \qquad (1a)$$

Con estos supuestos, el avance tecnológico es, como se deduce de (1a), de tipo Harrod-neutral, consistente con la existencia de un estado estacionario[6]. De la ecuación (1a) también se puede ver que la economía crece a medida que se producen nuevos bienes intermedios, los cuales dependen de la dinámica del sector de investigación y desarrollo (I&D). El ritmo de avance del sector I&D depende a su vez de la acumulación de los factores que se usan en la producción de tecnología, como se verá más adelante.

[5] Ver Stiglitz (1993), Archibald (1987) y Negishi (1987).

[6] Ver Chiang (1992, 265) y Barro y Sala-i-Martin (1995, 33) sobre estado estacionario y cambio tecnológico.

La función de demanda inversa para el bien intermedio $\overline{X}$ es

$$\overline{X} = L_0 \left(\frac{(1-\beta)A}{P_{\overline{X}}} \right)^{1/\beta} \tag{2}$$

Puesto que los bienes intermedios son parcialmente excluibles mediante un esquema de patentes, sus productores pueden imponer precios de monopolio, en nuestro caso[7]

$$P_{\overline{X}} = \frac{1}{(1-\beta)} \tag{2a}$$

Diferenciando la ecuación (1a) con respecto a L_o (ver apéndice matemático) se obtiene el producto marginal del trabajo no calificado en el sector de bienes finales, que en equilibrio es igual al salario

$$\frac{\partial Y}{\partial L_0} = A\beta L_0^{\beta-1}\overline{X}^{1-\beta} = W_1 \tag{3}$$

Y usando la expresión (1a) se obtiene

$$W_1 = \frac{\beta Y}{L_0} \tag{3a}$$

La ecuación (3a) muestra que hay un efecto de escala: la productividad del trabajo es mayor a medida que la economía es más grande. Estos rendimientos crecientes en la producción de bienes finales obedecen a la aparición de nuevos bienes intermedios no rivales. Cada nuevo bien intermedio permite aumentar el nivel de producto sin necesidad de aumentar los costos en igual proporción. De hecho, la sola presencia de un factor no rival genera rendimientos crecientes en la producción, es decir, costos medios decrecientes para los productores[8]. Esto garantiza el crecimiento sostenido en el largo plazo, pero también impide la competencia perfecta.

Sector de capital humano (conocimiento rival)

El capital humano, definido como el conjunto de las habilidades y conocimientos que el individuo posee y que le están inherentemente

[7] En el caso de una función de demanda de elasticidad constante, el precio se mantiene en proporción constante al costo marginal, cuya magnitud depende de la elasticidad de la demanda. Ver Varian (1992, 278).

[8] Ver Benavides (1997).

ligados, es el resultado de un proceso de aprendizaje[9]. Este proceso puede ser intencional o accidental. Es intencional cuando el individuo dedica una fracción de su tiempo a la educación, con el propósito de aumentar o mejorar las capacidades productivas y, por esa vía, sus ingresos[10]. En el tratamiento tradicional del capital humano en los modelos de crecimiento, los individuos destinan la fracción $u(t)$ de su tiempo a producir bienes finales y la parte restante $[1 - u(t)]$ se dedica a acumular capital humano. Este tratamiento del mercado de capital humano es el que proponen Uzawa (1965), Lucas (1988), Stokey (1991), Rebelo (1991) y Caballé-Santos (1993), autores que subrayan la acumulación de capital humano como fuente de crecimiento autosostenido y como alternativa del cambio tecnológico.

Así mismo consideran que los retornos de la educación se mantienen constantes durante toda la vida del individuo. Este supuesto es bastante extraño desde las perspectivas empírica y teórica, como plantea Becker (1993), para quien el retorno de la educación cambia a través del tiempo[11]. La acumulación intencional de capital humano resulta en realidad del equilibrio entre la oferta y la demanda, cuando el costo marginal de ofrecer estos servicios es igual a la valoración neta de quienes invierten en educación, es decir, a la diferencia del flujo de ingreso atribuible a la educación. La ventaja de este tratamiento con respecto al de los autores citados consiste en que no sólo considera como costo el tiempo dedicado a estudiar sino también los recursos utilizados en su producción. Es decir, tiene en cuenta tanto el costo del tiempo dedicado a estudiar y el costo de ofrecer la educación, es decir, los costos directos e indirectos de la inversión en capital humano.

El capital humano $H(t)$ disponible en el momento t, que se destina a producir tecnología y a reproducir capital humano, se puede expresar de la siguiente manera:

$$H(t) = \sum_{i=1}^{L(t)} h_i(t) \tag{4}$$

Donde $L(t)$ es la oferta laboral dispuesta a capacitarse (en número de personas) y $h(t)$, el nivel promedio de calificación de los trabajadores.

[9] Ver Becker (1993).

[10] La acumulación accidental de capital humano es el resultado del aprendizaje en la práctica; sin embargo, al no considerar esta forma de acumulación, el capital humano a escala individual permanece constante durante el tiempo que cada individuo destina a trabajar.

[11] Ver Aghion-Howitt (1998), capítulo 10, p. 330.

Para un número fijo de personas dispuesta a capacitarse *L(t)*, el crecimiento de *H(t)* está dado únicamente por mejoras en la calificación de los trabajadores $h_i(t)$, es decir, por un mayor capital humano por trabajador (profundización del capital humano). Además, si se considera un nivel de calificación determinado, el aumento del capital humano obedece a un aumento de la cantidad de personas que deciden invertir en él, es decir, a la ampliación del capital humano[12].

La función de producción del capital humano es entonces una función del capital humano (profesores) y el capital físico (aulas, bibliotecas, laboratorios, etc.) utilizados en este sector. Si se considera que el capital humano es más intensivo en capital humano que en capital físico y se adopta esta característica en su versión extrema, la función de producción se reduce a la siguiente expresión:

$$\dot{H}(t) = BuH - \delta_H H \tag{5}$$

Donde B es un parámetro de eficiencia; $u \in [0,1]$, la fracción del capital humano utilizado en la producción de capital humano y δ_H, la tasa de depreciación del capital humano. La depreciación del capital humano obedece a pérdidas en las habilidades, mortalidad de quienes lo poseen o pérdida de habilidades cuando avanza la tecnología (habilidades específicas de una tecnología que cae en desuso, lo que es posible en este modelo en la medida en que la tecnología cambia). Con una función de producción como la mostrada en (5), el producto marginal del capital humano, que en equilibrio se asimila al salario de los profesores, es igual al costo directo de educarse y, por tanto, a la matrícula.

$$\frac{\partial \dot{H}}{\partial H} = Bu - \delta_H = W_2 \tag{5a}$$

De acuerdo con Becker (1993), la condición de equilibrio del capital humano implica la igualación del costo directo de educarse durante el período en el que se hace la inversión[13] con el valor presente de la diferencia entre flujos de ingresos laborales atribuibles a la inversión en capital humano. Esto se recoge en la siguiente expresión:

[12] Esta afirmación implica que la cantidad de trabajadores y su nivel de calificación son sustitutos perfectos en la producción de cualesquiera de los sectores en los que el capital humano interviene como factor (educación y tecnología).

[13] Este valor corresponde al salario de los profesores y en nuestro caso, al valor total de la matrícula.

$$W_2(g-v)e^{\bar{r}(g-v)} = \int_g^f W_2(g)e^{-\bar{r}(f-g)}dt - \int_g^f W_1(g)e^{-\bar{r}(f-g)}dt$$
$$-\int_v^g W_1(v)e^{-\bar{r}(g-v)}dt \qquad (6)$$

El lado izquierdo de la igualdad representa el costo directo de educarse, en donde W_2 es el salario de los profesores, igual al costo de matrícula; v, el momento en el que el individuo se puede vincular al mercado laboral o comienza a acumular capital humano y g, el momento en que cesa de acumular capital humano. El lado derecho representa los beneficios brutos de educarse, en donde f indica el momento en que termina su vida laboral; W_2, el salario de quienes han acumulado capital humano (profesores o investigadores); W_1, el salario de los trabajadores no calificados, que no han acumulado capital humano, y $\bar{r}$, la tasa de interés promedio entre v, g y f. Resolviendo las integrales y despejando r (ver apéndice matemático) se obtiene[14]:

$$r^2 = \frac{B_0L_0 - \beta Y}{L_0B_0} \qquad (7a)$$

Despejando r en la ecuación (7a) se obtiene la tasa interna de retorno de la inversión en capital humano.

$$r_H^* = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{B_0L_0(B_0L_0 - 4\beta Y)}}{2B_0L_0} \qquad (7b)$$

En ambos casos se requiere que $4\beta Y$ sea menor que B_oL_o para obtener raíces reales y dado que B_o, L_o y Y son mayores que cero, las dos raíces tienen significado económico. Para la raíz con signo positivo, se obtienen valores negativos cuando el radical es mayor que 1. Derivando esta raíz con respecto a Y, se tiene que

$$\frac{\partial r_{H_1}^*}{\partial Y} < 0 \qquad (7c)$$

El valor de r es decreciente a medida que la economía crece, pues la productividad del trabajo no calificado es mayor a medida que la economía crece. Es decir, el crecimiento de Y implica una reducción de la tasa interna de retorno puesto que la productividad marginal (y por lo tanto los salarios) de los trabajadores no calificados aumenta cuando la economía crece. No ocurre lo mismo con la productividad

[14] La ecuación se resolvió por métodos numéricos.

de los trabajadores calificados, pues es constante por definición. Derivando la raíz de signo negativo con respecto a *Y*, se obtiene

$$\frac{\partial r^{*}_{H_1}}{\partial Y} > 0 \tag{7d}$$

En este segundo caso, la rentabilidad de la inversión en capital humano es creciente a medida que la economía es más grande, es decir, existen economías de escala en la producción de capital humano. Los resultados de las ecuaciones (7c) y (7d) coinciden con los de Becker AA. VV. (1990) acerca de equilibrios múltiples en la producción de capital humano. En particular, la ecuación (7c) muestra una tendencia decreciente en la rentabilidad de la inversión en capital, es decir, una especie de *círculo vicioso* que, según Becker y Murphy, es característico de las economías en vías de desarrollo en las que el capital humano es escaso. Los individuos invierten cada vez menos en educación porque la rentabilidad es cada vez menor. En consecuencia, la acumulación de capital humano tiende a agotarse.

En cambio, la ecuación (7d) exhibe un comportamiento creciente que corresponde a países desarrollados con gran *stock* de capital. Estos países experimentan una especie de *círculo virtuoso*, pues a medida que se invierte más en capital humano se obtiene una mayor rentabilidad y existe un incentivo para seguir invirtiendo.

Como se verá más adelante, el crecimiento de la economía está sujeto a la producción de bienes intermedios, en la que *únicamente* se utiliza trabajo calificado; por tanto, se requiere la acumulación de capital humano. En ese sentido, la reducción de la tasa interna de retorno es el resultado de la acumulación de capital humano, de la producción de nuevos bienes intermedios y del crecimiento de la economía. Los individuos invertirán en capital humano hasta cuando los beneficios netos de esta inversión sean mayores que los costos. En cualquier otro caso se dejará de invertir en capital humano y la economía dejará de crecer luego de que el capital humano se deprecie, pues no habrá cómo reemplazarlo y no se producirán bienes intermedios. Y la alternativa para que los individuos inviertan en capital humano consiste en otorgar un subsidio que compense la disminución de la rentabilidad de esta inversión. La magnitud del subsidio sería igual al aumento de productividad de los trabajadores no calificados. Esta alternativa fue planteada por Lucas (1988) y Becker AA. VV. pero en nuestro caso el subsidio no internaliza una externalidad existente sino que la genera.

Sector de tecnología (conocimiento no rival)

El concepto de tecnología que aquí se utiliza es similar al de Romer (1990a). Se define un índice de nivel de tecnología como un conjunto de bienes intermedios que incluye diseños, programas de computador, patentes, planos y otros desarrollos que implican cambios en las instrucciones para combinar los insumos, que son el resultado de actividades de investigación y desarrollo (I&D) pero que se desligan de sus creadores. Estos bienes intermedios pueden ser utilizados por la misma firma en varios procesos y por varias firmas a la vez, es decir, la tecnología es un insumo no rival. Su uso como factor de producción genera no convexidades y, por tanto, rendimientos crecientes. Además, la producción de conocimiento tecnológico se lleva a cabo en mercados competitivos y está sujeta a exclusión parcial, lo que implica que quienes la 'producen' tienen poder de mercado y perciben rentas monopólicas (Romer, 1994, 12-13).

Puesto que los resultados de las actividades de I&D aumentan la capacidad productiva y se usan en más de un proceso productivo, es posible considerarlos un bien de capital nuevo cualitativamente diferente a los ya existentes. La exclusión de tecnología por el productor genera estructuras de competencia imperfecta: es un mecanismo que garantiza la destinación de recursos (capital humano) a estas actividades. Las estructuras de competencia imperfecta son pues una consecuencia del mecanismo escogido para inducir el proceso de innovación tecnológica. La producción de tecnología requiere una parte de los recursos productivos existentes que no se usan simultáneamente en los demás sectores por ser factores rivales.

Para producir tecnología se requiere la acumulación previa de capital humano y que los innovadores respondan a los incentivos del mercado, pues de lo contrario no se destinaría ningún recurso a este tipo de producción, como señala Romer (1990a y 1994). En particular, quien destina recursos a actividades de I&D (por generar bienes parcialmente excluibles) no sólo percibe una remuneración 'ordinaria' sino también cuasirrentas, el mecanismo que garantiza su reproducción. Así, la producción de conocimiento tecnológico se puede expresar mediante la función

$$\dot{A}(t) = A_0[1-u]H \tag{8}$$

Donde A_o es un parámetro de eficiencia históricamente dado y $[1 - u]$, la parte del capital humano utilizado en la producción de tecnología. Igual que en Aghion-Howitt (1992), se supone que el flujo de innovación sólo depende del *stock* de capital humano y no de la investigación previa. En este caso, la productividad del capital humano en la producción de tecnología es constante, igual que los costos de producción del nuevo bien intermedio (innovación). Esto contrasta con el supuesto de Romer (1990a) de que cada innovación aumenta la productividad del capital humano. El costo de inventar un nuevo diseño es igual al producto marginal del capital humano usado en la producción de tecnología. Este, a su vez, en condiciones de equilibrio, es igual al salario de los investigadores y a la productividad del capital humano en el sector que produce capital humano, es decir, W_2:

$$W_2 = A_0[1-u] \tag{9}$$

Una vez inventado el nuevo bien intermedio, su productor maximiza el valor presente neto, que es igual a

$$A_0[1-u] = \int_t^{\infty} [P_{\overline{X}} - 1]\overline{X} e^{-\frac{1}{(v-t)}\int_t^v r(w)dw} dv \tag{10}$$

El término $A_o[1-u]$ representa el costo marginal de inventar el bien intermedio. La expresión de la derecha de la igualdad es el valor presente del flujo de ingresos futuros, donde $P_{\overline{X}}$ es el precio de monopolio que impone el productor del nuevo bien intermedio y $\overline{X}$, la cantidad demandada por los productores de bienes finales. El costo marginal de producir el bien intermedio es igual a 1. El exponente de e representa la tasa de interés promedio en el período $t = [t, v]$. La condición de equilibrio implica igualar el valor presente neto con el costo de inventar un nuevo bien intermedio. Si el costo de crear (inventar) un nuevo bien es fijo e igual a $A_o[1-u]$, como plantean Barro-Sala-i-Martín (1995), despejando r en (10) se obtiene

$$r_A = \left[\frac{\beta}{(1-\beta)}\right] L_0 A^{1/\beta} (1-\beta)^{2/\beta} \frac{1}{A_0[1-u]} \tag{11}$$

La ecuación (11) representa la tasa de retorno de la producción de tecnología, es decir, de la invención y producción de nuevos bienes intermedios. Es importante señalar que esta ecuación implica una relación inversa entre la tasa de retorno de este tipo de inversión r_A y el costo de inventar el bien intermedio $A_o\,[1-u]$.

LOS CONSUMIDORES

Como se suele suponer en los modelos de crecimiento, los agentes derivan su utilidad del consumo de *C(t)* unidades (que se producen en el sector de bienes finales) en cada momento. Las preferencias se caracterizan por una función de utilidad *U(C(t))*, con *U'(C) > 0* y *U"(C) < 0* para todo *C > 0*, y

$$\lim_{C \to \infty} U'(C) = \infty$$

$$\lim_{C \to \infty} U'(C) = 0$$

Aunque no es un supuesto indispensable, simplifica los cálculos y facilita la comparación de resultados con otros autores cuando se adopta la siguiente función de utilidad instantánea con horizonte infinito

$$\int_0^{\infty} \left(\frac{C^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} \right) e^{-\rho(t)} dt \qquad (12)$$

Donde ρ es la tasa de descuento; C_t, el consumo en el momento t y $\sigma \in [0, \infty]$ el grado de concavidad de la función de utilidad. Con estos supuestos, la sociedad puede resolver el problema maximizando la expresión (12) sujeta a la acumulación de activos en esta economía. La restricción es la siguiente

$$\dot{a} = W_1 L + r_H uH + r_A (1-u) H \qquad (13)$$

El valor corriente del hamiltoniano queda definido como

$$\mathrm{H} = \left(\frac{C^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} \right) e^{-\rho(t)} + \lambda \left[W_1 L + r_H uH + r_A (1-u) H - C(t) \right] \qquad (14)$$

Resolviendo la ecuación (14) (ver apéndice matemático) se obtiene

$$\left[\frac{\dot{C}}{C} \right] = \sigma^{-1} \left[r_H u + r_A (1-u) - \rho \right] \qquad (18)$$

La ecuación (18) representa la tasa de crecimiento del consumo en estado estacionario (ecuación de Euler). La trayectoria temporal de consumo que eligen las familias es una función creciente de $r_H u + r_A(1-u)$, es decir, del promedio ponderado de las tasas internas de retorno de la inversión en capital humano y de la inversión en tecnología (rentabilidad de los gastos en I&D) y una función decreciente de *s*, concavidad de la función de utilidad, y ρ, tasa de descuento.

Para valores positivos de (18) se requiere que el promedio ponderado de las tasas internas de retorno de la inversión en capital humano y de la inversión en tecnología sea mayor que la tasa de descuento *r*, pues *s* es positivo. Reordenando

$$(r_H - r_A)u > (\rho - r_A) \tag{19}$$

En donde el término de la izquierda de la desigualdad representa la diferencia entre la rentabilidad de invertir en capital humano menos la rentabilidad de los gastos en I&D, multiplicada por u. Como $u \in$ [0,1], se requiere que la rentabilidad de invertir en capital humano (ecuación 7b) sea mayor que la de invertir en tecnología (ecuación 11). Cabe recordar que la rentabilidad de invertir en capital humano tiene dos valores. Sustituyendo los valores correspondientes se obtienen los siguientes resultados:

1. Para la primera raíz de r_H

$$\left[\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{B_0 L_0 (B_0 L_0 - 4\beta Y)}}{2 B_0 L_0} - \left(\frac{\beta}{(1-\beta)}\right) L_0 A^{1/\beta} (1-\beta)^{2/\beta} \frac{1}{A_0[1-u]}\right] u >$$

$$\left[\rho - \left(\frac{\beta}{(1-\beta)}\right) L_0 A^{1/\beta} (1-\beta)^{2/\beta} \frac{1}{A_0[1-u]}\right] \tag{20}$$

Aquí, de acuerdo con la ecuación (7c), la rentabilidad de invertir en capital humano es decreciente a medida que la economía crece. De hecho, en estado estacionario la rentabilidad de invertir en capital humano tiende a decrecer. Por lo tanto, no se puede garantizar que su valor siempre sea mayor que el de la rentabilidad de invertir en tecnología, pues este último no cambia a medida que la economía crece. Así, el crecimiento del consumo en estado estacionario tiende a cero debido a la tendencia decreciente de la rentabilidad de invertir en capital humano.

2. Para la segunda raíz de r_H

$$\left[\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{B_0L_0(B_0L_0-4\beta Y)}}{2B_0L_0}-\left(\frac{\beta}{(1-\beta)}\right)L_0A^{1/\beta}(1-\beta)^{2/\beta}\frac{1}{A_0[1-u]}\right]u>$$

$$\left[\rho-\left(\frac{\beta}{(1-\beta)}\right)L_0A^{1/\beta}(1-\beta)^{2/\beta}\frac{1}{A_0[1-u]}\right] \tag{21}$$

En este caso, la rentabilidad de invertir en capital humano es creciente a medida que la economía crece, de acuerdo con la ecuación (7d). Para que la tasa de crecimiento del consumo tenga valores positivos se requiere que la rentabilidad de invertir en capital humano sea mayor que la de invertir en tecnología; sin embargo, como la primera es creciente y la segunda constante se observa una tendencia de crecimiento en el consumo a través del tiempo.

En el caso (1), la tendencia decreciente de la tasa interna de retorno de la inversión en capital humano no permite que la tasa de consumo y del producto en estado estacionario sea positiva[15]. Así, la solución alcanzada de manera descentralizada no permite obtener crecimiento sostenido. En el caso (2), la tendencia creciente de la tasa interna de retorno de la inversión en capital humano genera aumentos en la tasa de crecimiento del consumo y el producto en estado estacionario para una economía descentralizada.

EL PLANIFICADOR

Como vimos en la sección anterior, el crecimiento de una economía descentralizada es una función de la tasa interna de retorno de la inversión en capital humano. Si ésta es creciente, caso (2), no es necesaria la intervención de planificador. En el caso (1), cuando tiende a decrecer con respecto a *Y*, es decir, cuando la tasa interna de retorno de la inversión en capital humano decrece a medida que la economía crece, los resultados para una economía descentralizada se pueden mejorar con la intervención del planificador.

El planificador debe garantizar las condiciones que permitan acumular capital humano. Si otorga un subsidio *S* se puede mantener constante la rentabilidad de educarse. Éste se financiaría con un impuesto τ al sector de bienes finales. En cualquier otra situación, es decir, si grava el sector de capital humano o el de tecnología, crea desincentivos para el avance endógeno de la tecnología y el modelo se comporta en forma similar al modelo de crecimiento neoclásico.

[15] Para esta demostración ver Barro y Sala-I-Martin (1995, cap. VI) y Aghion y Howitt (1998, cap. I).

Asumiendo que el Estado tiene que equilibrar su presupuesto en todo momento y que la única fuente de ingresos son los impuestos de renta de los productores de bienes finales, se obtiene la restricción presupuestal del sector público

$$S = \tau(Y) \tag{22}$$

Esta expresión implica que la relación *S/Y* es constante a través del tiempo. Así, las firmas productoras de bienes finales maximizan sus beneficios para la siguiente función de producción

$$Y_t = (1-\tau)L_0^{\beta} A \overline{X}^{(1-\beta)} \tag{23}$$

La cantidad demandada de bienes intermedios es[16]

$$\overline{X}^c = L_0(1-\tau)(1-\beta)^{2/\beta} A^{1/\beta} \tag{24}$$

Y el salario de los trabajadores no calificados,

$$W_1^c = \frac{(1-\tau)\beta Y}{L_0} \tag{25}$$

El subsidio otorgado al sector de capital humano *S* consiste en un conjunto de bienes *Z* utilizados en la producción de capital humano subsidiados por el gobierno. La nueva función de producción es

$$\dot{H} = B(uH)^{\alpha} Z^{1-\alpha} - \delta(H) \tag{26}$$

E igual que para una economía descentralizada, se requiere calcular *r*,

$$r_H^c = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{B^c \alpha^{\alpha} L_0 u H^{\alpha} Z (B^c \alpha^{\alpha} L_0 u H^{\alpha} Z - 4u\beta HYZ)}}{2B^c \alpha^{\alpha} L_0 u HZ} \tag{27}$$

El equilibrio para el sector que produce tecnología es

$$r_A^c = \left[\frac{\beta}{(1-\beta)}\right](1-\tau)L_0 A^{1/\beta}(1-\beta)^{2/\beta} \frac{1}{A_0[1-u]} \tag{28}$$

Y la solución del planificador para el problema de la ecuación (14),

$$\frac{\dot{C}}{C} = \sigma^{-1}\left[r_H^c u + r_A^c (1-u) - \rho\right]$$

[16] El superíndice *c* en estas expresiones indica una economía centralizada.

En esta ecuación, el efecto negativo del crecimiento de la economía sobre la tasa de retorno de la inversión en capital humano es compensado por el subsidio a la acumulación de capital humano. De esa manera se garantiza el crecimiento sostenido de la economía.

CONCLUSIONES

Este artículo presenta un modelo de crecimiento endógeno de tres sectores con factores de producción (capital humano y tecnología) acumulables. El modelo integra los planteamientos de Lucas (1988) y Romer (1990a): permite la acumulación de capital humano y el avance en el conocimiento tecnológico. Esta integración no era posible en ninguno de esos dos modelos. Su utilidad, para fines de política, es que permite asignar recursos de inversión entre las opciones de acumular capital humano y desarrollar tecnología.

Lucas (1988) y Romer (1990a) limitan sus modelos para mostrar la importancia de la acumulación de capital humano o la variación del conocimiento tecnológico como fuentes de crecimiento autosostenido en el largo plazo. Estas conceptualizaciones implican que en términos de política sólo se considere –en cada modelo– una fuente de crecimiento y por tanto, una variable de manejo. El problema de orientar el esfuerzo social a uno u otro sector no puede ser resuelto en esos modelos. A diferencia de Romer (1990a), en nuestro modelo, la dinámica de la producción de tecnología depende exclusivamente del capital humano que se destine a su producción, pues se considera que no se presentan cambios en su productividad. En ese sentido, la función de producción de tecnología se asemeja a la del modelo de Aghion-Howitt (1992). Esto permite acotar la acumulación de tecnología sin recurrir a los supuestos de Romer.

Y, en contraste con Romer (1990a), para quien el capital humano se mantiene constante, en nuestro modelo el capital humano se acumula en forma endógena. La especificación de la función de producción de capital humano permite determinar el efecto de su tasa de crecimiento sobre las demás variables. En contraste con Romer (1990a) y Grossman-Helpman (1991, capítulo III), que suponen rendimientos crecientes en la producción de tecnología[17], aquí se considera una función de producción de tecnología con rendimientos constantes a escala. Y en comparación con el trabajo de Lucas (1988), damos énfasis a los retornos de la inversión en capital humano, haciendo explícitos los costos directos e indirectos de educarse. Para

[17] De hecho, cuando existen rendimientos crecientes, los costos están determinados por el tamaño de la economía. En el caso particular, cambios en

Lucas se mantienen constantes durante la vida del individuo, un supuesto extraño desde la perspectiva empírica y teórica, de acuerdo con Becker (1993), para quien el retorno de la educación cambia a través del tiempo. En este documento se retoma ese resultado y es la variable que determina el crecimiento del producto, el consumo y las demás variables. Lucas no analiza la tecnología; más aún, la omite. Tan sólo demuestra que en ausencia de cambio tecnológico, la acumulación de capital humano puede generar crecimiento autosostenido. Según él, el crecimiento de largo plazo puede ser explicado por la tendencia no decreciente de los rendimientos del capital humano.

En caso de que no haya avance tecnológico, nuestro modelo de tres sectores se convierte en uno de dos sectores que pueden operar en competencia perfecta. En el de tres sectores, si sólo hay acumulación de capital humano y no de tecnología (por alguna restricción exógena), no se garantiza crecimiento sostenido. Esto sucedería por ejemplo si no hubiera derechos de propiedad intelectual. De otro lado, si se le impusiera la restricción exógena de mantener constante el nivel de capital humano, la tecnología no avanzaría y el crecimiento terminaría agotándose. El modelo de Romer (1990a) requiere rendimientos crecientes en la función de producción de tecnología para asegurar crecimiento sostenido. El de Lucas (1988), que la tasa interna de retorno de la inversión en capital humano se mantenga constante a lo largo del tiempo. Con el modelo de tres sectores se demuestra que basta la coexistencia de acumulación de capital humano y de tecnología, producida según una función lineal, para que haya crecimiento autosostenido. De modo que nuestro modelo demanda condiciones menos restrictivas que los anteriores para garantizar crecimiento sostenido, lo que muestra la interdependencia y determina una regla de inversión entre las dos fuentes de crecimiento.

Si el conocimiento tecnológico es un factor no rival, parcialmente excluible, que puede crecer, es necesario adoptar una estructura de mercado distinta de la competencia perfecta, puesto que esas características hacen necesario incentivos para invertir en su producción, que se pueden crear mediante estructuras monopólicas. Si las firmas maximizan el beneficio y hay posibilidad de exclusión, el productor de tecnología puede imponer precios de monopolio. En cuanto al comportamiento del modelo en estado estacionario, el crecimiento del producto –y de las demás variables– depende del

los salarios aumentan los costos y la economía deja de crecer ahogada por unos costos mayores y tasas de rendimiento de I&D cada vez menores, a menos que exista una externalidad que tienda a contrarrestar el aumento de salarios.

comportamiento de la tasa interna de retorno del capital humano. Esta es afectada sin embargo por los costos y los beneficios netos de educarse. No es posible hacer este tipo de análisis a partir del trabajo de Lucas (1988), pues allí no hay posibilidad de acumular capital por aumentos en sus costos de producción[18].

En nuestro caso, un subsidio a la educación reduciría los costos y modificaría la tendencia decreciente de la tasa de retorno de la inversión en capital humano. Esta propuesta de subsidio ha sido formulada por Lucas (1988) y Becker (1990) para países que tienen un *stock* de capital escaso y cuya tasa interna de retorno es decreciente. Pero el crecimiento del capital humano no es una condición suficiente para el crecimiento autosostenido. En efecto, si no se destina capital humano a la acumulación de tecnología –situación que se presenta en ausencia de una política de derechos de propiedad–, el modelo se comporta en forma similar al de Solow (1956). Por ello, una política para alcanzar el crecimiento sostenido sería combinar los subsidios a la educación con los derechos de propiedad intelectual.

APÉNDICE MATEMÁTICO

LOS PRODUCTORES

Producción de bienes finales

Derivando (1a) con respecto a $\overline{X}$ se obtiene el producto marginal de cada bien intermedio, que en equilibrio es igual a su precio

$$\frac{\partial Y}{\partial \overline{X}} = L_0^{\beta}(1-\beta)A\overline{X}^{-\beta} = P_{\overline{X}}$$

Sustituyendo (2a) en (2) se obtiene la demanda de bienes intermedios en función del nivel de tecnología y del trabajo no calificado

$$\overline{X} = L_0(1-\beta)^{2/\beta}A^{1/\beta}$$

Producción de capital humano

Sustituyendo los costos directos e indirectos por sus valores correspondientes se obtiene

[18] Lucas supone que no hay un costo diferente del tiempo que el individuo dedica a educarse, es decir, el costo de oportunidad $(1-u)$. En nuestro modelo, esa variable se explica como resultado de un arbitraje óptimo de los recursos.

$$W_2(g-v)e^{\bar{r}(g-v)} = \int_g^f \left[W_2(g) - W_1(g)\right] e^{-\bar{r}(f-g)} dt$$
$$-\int_v^g W_1(v) e^{-\bar{r}(g-v)} dt \qquad (6a)$$

Igualando el costo de matrícula con el salario de los profesores W_2, y sustituyendo W_1 por βYL_o^{-1} y W_2 por $B_o = Bu - d_H$, se obtiene

$$B_0(g-v)e^{-\bar{r}(g-v)} = \int_g^f \left[B_0 - \beta YL_0^{-1}\right] e^{-\bar{r}(f-g)} dt$$
$$-\int_v^g \beta YL_0^{-1} e^{-\bar{r}(g-v)} dt \qquad (7)$$

Si se supone, como Becker (1993), que la inversión se realiza solamente en un período, el término de la izquierda de la igualdad se reduce a B_o. Y si se considera que las diferentes generaciones están unidas por altruismo, se puede suponer que la vida laboral es lo suficientemente larga para maximizar con horizonte infinito.

Sector de tecnología

El costo marginal de producir el bien intermedio se supone igual a 1. El exponente de *e* representa la tasa de interés promedio en el período $t = [t, v]$. Si la tasa de interés entre *t* y *v* es constante, como sucede en equilibrio, el exponente de *e* es igual a *r*, y la expresión anterior se reduce a

$$A_0[1-u] = \left[P_{\bar{X}} - 1\right]\bar{X} \int_t^\infty e^{-r} dv$$

Reemplazando (2a) y (2b) en (10) y desarrollando la integral

$$A_0[1-u] = \left[\frac{\beta}{(1-\beta)}\right] L_0 A^{1/\beta} (1-\beta)^{2/\beta} \frac{1}{r}$$

Los consumidores

El valor corriente del hamiltoniano queda definido por

$$\mathrm{H} = \left(\frac{C^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma}\right) e^{-\rho(t)} + \lambda\left[W_1 L + r_H uH + r_A(1-u)H - C(t)\right] \qquad (14)$$

Y las condiciones de primer orden para la variable de control, *C*

$$\partial \mathrm{H}/\partial C = C^{-\sigma} e^{-\rho t} = \lambda \qquad (15)$$

Tomando logaritmos y derivando con respecto al tiempo,

$$-\sigma\left(\frac{\dot{C}}{C}\right)-\rho=\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} \tag{15a}$$

Y con respecto a *u*

$$\partial \mathrm{H}/\partial u=\lambda\left[r_H H-r_A H\right]=0 \tag{16}$$

La condición de primer orden para la variable de estado *H* (igual a su precio implícito con signo menos) es

$$\partial \mathrm{H}/\partial H=\lambda\left[r_H u+r_A(1-u)\right]=-\dot{\lambda} \tag{17}$$

Reordenando

$$-\frac{\dot{\lambda}}{\lambda}=\left[r_H u+r_A(1-u)\right] \tag{17a}$$

Sustituyendo (17a) en (15a) y reordenando se obtiene

$$r_H u+r_A(1-u)=\sigma^{-1}\left[\frac{\dot{C}}{C}\right]+\rho$$

EL PLANIFICADOR

Haciendo $B^c a^a L_o = \Theta$[19] y puesto que $Z = S = t(Y)$, cuando se sustituyen estos valores en la ecuación (20), se obtiene

$$\left[\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{\Theta u H^{\alpha}\tau Y(\Theta u H^{\alpha}\tau Y-4\beta u H(\tau Y)^{\alpha})}}{2\Theta u H^{\alpha}\tau Y}\right]u-$$

$$\left[\left(\frac{\beta}{1-\beta}\right)L_0 A^{1/\beta}(1-\tau)(1-\beta)^{2/\beta}\frac{1}{A_0[1-u]}\right]u>$$

$$\left[\rho-\left(\frac{\beta}{(1-\beta)}\right)L_0 A^{1/\beta}(1-\tau)(1-\beta)^{2/\beta}\frac{1}{A_0[1-u]}\right]$$

[19] Donde B^C es el producto marginal del capital humano en el sector de capital humano para el caso centralizado.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aghion, Philippe y Howitt, Peter. 1998. *Endogenous Growht Theory,* MIT Press.

Aghion, Philippe y Howitt, Peter. 1992. "A Model of Growth Through Creative Destruction", *Econometrica* 60, 2.

Archibald, G.C. 1987. "Monopolist Competition", *The New Palgrave: A Dictionary of Economics*, London, McMillan Press, pp. 531-537.

Arrow, Kenneth. 1962. "The Economic Implications of Learning by Doing", *Review of Economic Studies* 29.

Barro, Robert J. y Sala-i-Martin, Xavier. 1995. *Economic Growth*, Mc Graw-Hill.

Becker, Gary S. 1964. *Human Capital*, Columbia University Press.

Becker, Gary S. 1993. *Human Capital: a theoretical and empirical analysis with special reference to education*, NBER, University of Chicago Press.

Becker, Gary S.; Murphy, Kevin y Tamura, Robert. 1990. "Human Capital, Fertility, and Economic Growth". *Journal of Political Economy* 98, 5.

Benavides, Óscar A. 1997. "Teoría del crecimiento endógeno: economía política y economía matemática", *Cuadernos de Economía* 26, Bogotá, Universidad Nacional de Colombia, pp. 47-67.

Caballé, Jordi y S. Santos, Manuel. 1993. "On Endogenous Growth with Physical and Human Capital", *Journal of Political Economy* 101, 6.

Chiang, Alpha C. 1992. *Elements of Dynamic Optimization,* McGraw-Hill, United States.

Dixit, Avinash K. y E. Stiglitz, Joseph. 1977. "Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity", *The American Economic Review* 67, 3.

Grossman, Gene M. y Helpman, Elhanan. 1991. *Innovation and Growth in the Global Economy,* Cambridge, MIT Press.

Lucas, Robert Jr. 1988. "On the Mechanics of Economic Development", *Journal of Monetary Economics* 22.

Negishi, Takashi. 1987. "Monopolist Competition and General Equilibrium", *The New Palgrave: A Dictionary of Economics,* McMillan Press, pp. 535-538.

Rebelo, Sergio. 1991. "Long-Run Policy Analysis and Long-Run Growth", *Journal of Political Economy* 99, 3.

Romer, Paul. 1986. "Increasing Returns and Long-Run Growth", *Journal of Political Economy* 94, 5

Romer, Paul. 1987. "Growth Based on Increasing Returns Due to Specialization", *AEA Papers and Proceedings*77, 2.

Romer, Paul. 1990a. "Endogenous Technological Change", *Journal of Political Economy* 98, 5.

Romer, Paul. 1990b. "Are Nonconvexities Important for Understanding growth?", *AEA Papers and Proceedings* 80.

Romer, Paul. 1994. "The Origins of Endogenous Growth", *Journal of Economic Perspectives* 8, 1.

Sala-I-Martin, Xavier. 1994. *Apuntes de Crecimiento Económico*, Antoni Bosch Editor.

Sheshinski, Eytan. 1967. "Optimal Accumulation with Learning by Doing", Shell, Karl, editor, *Essays on The Theory of Optimal Economic*

Growth, Cambridge, MIT Press.
Solow, Robert. 1956. "A Contribution to the Theory of Economic Growth", *Quarterly Journal of Economics* 70, 1.
Stiglitz, Joseph E. 1993. *Economía*, Ariel Editores, Barcelona.
Stokey, Nancy. 1991. "Human Capital, Product Quality and Growth", *Quarterly Journal of Economics* 106, 587-615
Uzawa, Hirofumi. 1965. "Optimal Technical Change in an Aggregative Model of Economic Growth", *International Economic Review* 6.
Young, Allyn. 1991. "Learning by Doing and the Dynamic Effects of International Trade", *Quarterly Journal of Economics* 106, 2.
Young, Allyn. 1992. "Invention and Bounded Learning by Doing", *Journal of Political Economy* 101, 3.
Young, Allyn. 1993. "Substitution and Complementary in Endogenous Innovation of Economics", *Quarterly Journal of Economics* 108, 3.