
LA RECIPROCIDAD Y LA PARADOJA DEL VOTANTE

*Jorge Andrés Gallego**

INTRODUCCIÓN

Las encuestas sobre intención de voto para las elecciones presidenciales en Colombia en 2006 fueron bastante acertadas. El presidente Álvaro Uribe era el seguro ganador en primera vuelta pues se predecía que más del 50% del electorado votaría por él. El segundo lugar sería para el candidato de la izquierda Carlos Gaviria, que obtendría un poco más del 20% de los votos. Los resultados electorales no estuvieron muy alejados de lo que predecían las encuestas. Pero si la opinión pública conoce esta información antes de las elecciones, surgen naturalmente algunas preguntas acerca del comportamiento de los votantes. ¿Por qué un elector uribista se toma el trabajo de acudir a las urnas si es casi seguro que su candidato ganará con o sin su voto? ¿Para qué vota un gavirista si todo indica que su candidato perderá? Estas inquietudes no son más que manifestaciones de la paradoja del votante de la que se vienen ocupando algunos científicos sociales desde hace décadas.

Si enfocamos el problema desde la teoría de la elección racional, concluiremos que el hecho de que los individuos voten no es en apariencia un acto racional. Los primeros en plantear esta paradoja fueron Downs (1957) y Tullok (1968). Votar es en principio bene-

* Magíster en Economía, profesor de la Universidad Nacional de Colombia y de la Universidad Externado de Colombia, Bogotá, Colombia, jagallegod@unal.edu.co Agradezco el apoyo de Luis Fernando Medina y Gustavo Junca. Además, agradezco los profundos comentarios de Sergio Monsalve, Juan Camilo Cárdenas y Julián Arévalo. Cualquier error u omisión es responsabilidad mía. Fecha de recepción: 19 de enero de 2007, fecha de modificación: 19 de febrero de 2007, fecha de aceptación: 28 de febrero de 2007.

ficioso siempre y cuando el votante sea decisivo. Todo depende de que una persona, con su voto, logre inclinar la balanza en favor de sus intereses.

Sea B el beneficio de que su candidato sea elegido¹. Llamemos $\Pr[G|V] \in [0, 1]$ a la probabilidad de que el candidato preferido de un votante sea elegido cuando el votante participa y vota. Sea $\Pr[G|A]$ la probabilidad de que el candidato sea elegido cuando el votante se abstiene de votar. Además, votar es costoso. Sacrificar un día de ocio para acudir a las urnas produce cierta insatisfacción. Por ello, las autoridades electorales adoptan estrategias para reducir ese costo (el voto electrónico, por ejemplo). Sea c el costo de votar. El pago esperado por votar es entonces²:

$$\pi(V) = \Pr[G|V]B - c$$

mientras que el pago esperado por abstenerse es:

$$\pi(A) = \Pr[G|A]B$$

Así, un votante racional preferiría votar a abstenerse siempre que

$$\Pr[G|V]B - c > \Pr[G|A]B$$

o, en forma equivalente, si

$$B\{\Pr[G|V] - \Pr[G|A]\} > c \quad (1)$$

La clave del análisis está en el término $\Pr[G|V] - \Pr[G|A]$. Esta diferencia es la probabilidad de ser el votante decisivo o pivotal, o diferencia entre la probabilidad de que un candidato gane con el voto de un participante particular y la probabilidad de que gane sin su participación.

Pero es de esperar que cuantas más personas concurren a votar, menos probabilidad habrá de ser el votante decisivo. En estas cir-

¹ Para Downs (1957), $B = E[U^1_{t+1}] - E[U^2_{t+1}]$, donde $E[U^1_{t+1}]$ es la utilidad esperada del ciudadano en $t + 1$, cuando se elige a su candidato preferido en t . $E[U^2_{t+1}]$ es la utilidad esperada cuando se elige al candidato rival. Así, el beneficio es la utilidad cuando se elige a su candidato favorito menos la utilidad si se elige al rival, todo en términos esperados. Si el ciudadano prefiere al candidato 1, es natural suponer que $E[U^1_{t+1}] > E[U^2_{t+1}]$ y, por tanto, $B > 0$.

² Suponiendo que la utilidad del ciudadano cuando se elige al candidato que no prefiere es cero.

cunstances, votar no sería racional porque el costo sería mayor que el beneficio. Ésta es la paradoja del votante. Cuantas más personas votan, menor el beneficio. Pero, una elección tras otra, las personas votan en porcentajes no despreciables. ¿Qué las motiva? La literatura sobre el tema ofrece diferentes explicaciones. Se podría pensar, por ejemplo, que la elección del candidato preferido no es el único beneficio. La utilidad del votante podría ser creciente en el margen de la victoria. Esto motivaría el voto. Los electores también pueden votar simplemente porque es un deber cívico. O porque intentan minimizar el sentimiento de arrepentimiento por haber perdido con un margen bajo.

En general, se pueden dar explicaciones a la paradoja del votante desde varias perspectivas. Es posible justificar el voto como un acto racional identificando con claridad los beneficios verdaderos, los costos verdaderos o la manera de determinar las expectativas y las probabilidades de ser decisivo. Downs (1957), Riker y Ordeshook (1968), Ferejohn y Fiorina (1974), Aldrich (1993) y Medina (2006), entre otros, la explican desde esta perspectiva. Palfrey y Rosenthal (1983 y 1985), Ledyard (1984) y Schram y van Winden (1991) ofrecen explicaciones interesantes desde la teoría de juegos incorporando interacción estratégica.

Riker y Ordeshook (1968) justifican el voto como acto racional reescribiendo el costo neto $c = C - D$, donde $C > 0$ es el costo bruto y $D > 0$ es el beneficio³. C representa la desutilidad, el tiempo perdido o el sacrificio de ocio. La clave está en D : esta representa el incremento de la satisfacción por el acto de votar. Por ejemplo, el deber cívico de muchos individuos, la satisfacción por apoyar a un partido, candidato o a la democracia, la utilidad inherente al acto social de votar, etc. También representa los incentivos selectivos usuales en los procesos electorales⁴. Si $c = C - D$ es negativo, reemplazando en (1), así la probabilidad de ser pivotal sea cero, votar es mejor que abstenerse. Riker y Ordeshook (1968) muestran porqué la expectativa de ser el votante pivotal no es cero, lo que refuerza la tesis de que votar es

³ La diferencia entre B y D es que este último no depende de que el candidato preferido por el ciudadano sea elegido. Es un beneficio derivado exclusivamente del acto de votar.

⁴ Descuentos en matrículas universitarias, bienes o servicios, promociones en almacenes y supermercados, días laborales libres, etc. El dinero recibido por vender el voto (así sea ilegal), la comida, la fiesta o las bebidas "ofrecidas" el día de elecciones, o la satisfacción de no ser agredido o asesinado cuando ciertos agentes obligan a votar por un candidato.

racional. En elecciones reñidas, en las que hay alta probabilidad de empate, la expectativa de los ciudadanos acerca del término subjetivo $\Pr[G|V] - \Pr[G|A]$ está “inflada”. Es decir, los incentivos para votar son elevados.

Ferejohn y Fiorina (1974) siguen la tradición de la teoría de la elección racional pero cuestionan las implicaciones de “ser racional”. Para ellos, ser ciudadano racional no implica necesariamente maximizar la utilidad esperada, como sugieren los análisis de Downs (1957), Tullok (1968) y Riker y Ordeshook (1968). Los votantes podrían más bien “minimizar el máximo arrepentimiento”⁵. Desde esta óptica, a un individuo no le importa que sea alta o baja la probabilidad de empate y de ser el votante pivotal. Lo que le interesa es minimizar la probabilidad de arrepentirse si su candidato no gana por pocos votos. Votar minimiza este arrepentimiento.

Estos modelos tienen en común la ausencia de interacción estratégica, pues cada ciudadano toma su decisión de voto independientemente de la decisión de los demás. Palfrey y Rosenthal (1983 y 1985), Ledyard (1984), Schram y Van Winden (1991) y Medina (2006) abordan el problema desde la teoría de juegos. En Ledyard (1984), la paradoja del votante es análoga al problema del gorrón en el pago de los bienes públicos. Si los demás votan (contribuyen), para un ciudadano lo mejor es no votar (no contribuir). Abstenerse es un equilibrio de Nash. Palfrey y Rosenthal (1983 y 1985) abordan el problema desde los juegos de participación, y sus modelos (con y sin información completa) generan equilibrios múltiples, algunos de los cuales, dadas las expectativas, arrojan altos porcentajes de votación. Schram y Van Winden (1991) elaboran un modelo en el que la presión social que ejercen ciertos líderes al interior de los grupos políticos puede ser suficiente para compensar los incentivos a no votar. Medina (2006) analiza los equilibrios múltiples de los modelos de Palfrey y Rosenthal usando el procedimiento de rastreo propuesto por Harsanyi y Selten (1988). En muchos de estos equilibrios el porcentaje de votantes es elevado.

⁵ Es necesario diferenciar entre elecciones en condiciones de riesgo y de incertidumbre. En condiciones de riesgo es posible asignar probabilidades a los diferentes estados de la naturaleza. En condiciones de incertidumbre no es posible asignar o determinar dichas probabilidades. Por ello, si votar o abstenerse es un problema de elección en condiciones de incertidumbre, el criterio de maximizar la utilidad esperada no es pertinente, lo que da cabida a otros criterios, como el de minimizar el máximo arrepentimiento. Ver Luce y Raiffa (1957).

Estas teorías tienen dos rasgos comunes. Primero, las preferencias de los votantes son las del *homo economicus*: el único determinante de su satisfacción final es el pago. Hay una ausencia de preferencias sociales, es decir, la satisfacción final de un ciudadano no depende del pago de los demás ni del de los candidatos. Segundo, el voto no se concibe como una institución, un acto cultural o un hábito. En otras palabras, votar es un acto racional y en ninguna circunstancia se contempla la posibilidad de que los ciudadanos simplemente estén “programados” para votar o abstenerse.

Las explicaciones de la teoría de la elección racional son un camino. Pero también se podría pensar que el voto es un acto cultural determinado por hábitos, costumbres o instituciones informales. Por ejemplo, si soy menor de 25 años, por simple formación de preferencias, es menos probable que vote: si pertenezco a una familia de arraigada tradición liberal, es más probable que vote por el candidato liberal, sin fijarme en la probabilidad de que gane gracias a mi participación. Pero los hábitos, las costumbres y las instituciones evolucionan. En otros términos, el acto de votar puede ser una consecuencia de fuerzas evolutivas que, junto al aprendizaje y la adaptación, complementan los procesos de racionalidad implícitos en este tipo de decisiones.

Este artículo presenta un enfoque alternativo para estudiar la paradoja del votante. Muestra que sentimientos morales distintos del interés propio ayudan a entender por qué se vota. En particular, si se consideran preferencias sociales y se acepta que la reciprocidad es importante en el comportamiento humano, se puede dar otra respuesta a esta paradoja. La hipótesis es que el sentimiento que motiva a los individuos a premiar la cooperación con cooperación y a castigar la falta de cooperación aun con costos personales, explica en parte por qué la gente vota. A veces vota para premiar las buenas actuaciones de ciertos candidatos o partidos políticos. El voto es un gesto de agradecimiento. Y, a veces, para castigar el mal gobierno o los malos actos, apoyando candidatos de la oposición. Luego de considerar las implicaciones de la reciprocidad, se busca entender el acto de votar en un contexto cultural donde el voto es un hábito que evoluciona en función de los beneficios y las ganancias. Es decir, la paradoja del votante se analiza desde una perspectiva diferente a la convencional incorporando preferencias sociales diferentes al interés propio, y no racionalidad, incorporando dinámicas evolutivas.

Los resultados se pueden resumir como sigue. Cuando se siente reciprocidad hacia los candidatos, los beneficios de votar pueden compensar los costos; así, el voto es un acto racional. Además, la

evolución de la proporción de votantes y abstencionistas depende de las condiciones iniciales (porcentaje inicial de votantes) y de factores políticos, económicos y psicológicos como las plataformas políticas de los candidatos, los costos y beneficios de votar, el desempeño del gobierno, la intensidad del sentimiento de reciprocidad o la intención que se atribuye a los actos de los gobernantes.

El artículo tiene cuatro secciones. La primera expone la teoría de las preferencias sociales y un modelo de reciprocidad. La segunda presenta un modelo de votación con preferencias sociales recíprocas. Muestra que las personas que sienten reciprocidad hacia un candidato pueden estar más motivadas para votar. La tercera aborda el problema desde una perspectiva evolutiva, analizando, mediante la dinámica del replicador, la evolución del porcentaje de votantes y abstencionistas; la proporción de votantes en un momento dado depende de las condiciones iniciales, crece con una reciprocidad positiva hacia un candidato y disminuye con los costos de votar. Por último se presentan las conclusiones.

TEORÍAS DE LA RECIPROCIDAD

MOTIVACIÓN EMPÍRICA

Esta sección presenta algunas de las motivaciones empíricas que dieron lugar a ciertas teorías del comportamiento con preferencias sociales, en particular a los modelos de reciprocidad fuerte. Los modelos de reciprocidad son recientes⁶. Los experimentos en juegos de negociación bilateral mostraron la importancia de este sentimiento. Quizás el más conocido sea el juego del ultimátum. El jugador 1, el oferente, tiene una suma de dinero x para repartirla con el jugador 2, y puede ofrecer cualquier cantidad entre 0 y x . Si el jugador 2 acepta la oferta, el dinero se reparte según lo acordado. Si la rechaza, el pago es cero para ambos. La predicción estándar, suponiendo individuos motivados por el interés propio, es que el jugador 1 ofrece la menor cantidad posible ($\epsilon > 0$) y el jugador 2 acepta. Si al jugador 2 sólo le preocupa su pago material y busca maximizarlo, ϵ es preferible a cero: aceptar es mejor que rechazar. Sabiendo esto, si el jugador 1 tiene el mismo tipo de preferencias ofrecerá la menor suma posible al jugador 2 para maximizar su propio pago.

⁶ Ver Falk y Fischbacher (2006a), Gintis et al. (2006) y Bowles (2003).

Pero, en general, la evidencia experimental no apoya esta predicción⁷. Algunos hechos estilizados de experimentos del juego del ultimátum revelan que: a) en promedio, los jugadores 1 ofrecen el 44% del dinero; b) la moda suele ser del 50%; c) las tasas de rechazo son significativamente diferentes de cero; d) en general, se rechazan ofertas inferiores al 30%, y e) no se rechazan ofertas cercanas al 50%.

Así, no es suficiente suponer el interés propio para explicar el comportamiento en este juego. El jugador 2 prefiere rechazar ofertas bajas y recibir un pago de cero. ¿Por qué? Algunos sugieren que por aversión a la desigualdad. Al individuo 2 le produce desutilidad estar en desventaja frente al individuo 1. Pero algunos experimentos descartan esta explicación mostrando que el jugador 2 toma represalias contra el jugador 1 aunque esto no garantice la igualdad de pagos. Quizás la explicación más aceptada sea la que identifica la reciprocidad fuerte como móvil de este comportamiento. Si la oferta es baja, el jugador 2 siente que el jugador 1 ha sido descortés, y lo penaliza con el único mecanismo que tiene: rechazar la oferta. El jugador 2 está dispuesto a tolerar un pago nulo si con eso penaliza el trato injusto del jugador 1. El jugador 1 anticipa esta jugada, por ello muchos ofrecen un porcentaje elevado (el 44% en promedio). Si la oferta es alta, el jugador 1 está cooperando con el 2. En este caso, la reciprocidad premia este gesto de justicia.

HOMO EGUALIS: AVERSIÓN A LA DESIGUALDAD

¿Cómo modelar estas preferencias sociales en las que priman sentimientos como la reciprocidad? En general, un individuo tiene preferencias sociales cuando su satisfacción no sólo depende de sus propios pagos, sino también de los pagos de los demás. Como vimos, los resultados experimentales del juego del ultimátum se explican con teorías de aversión a la desigualdad. Para el estudio de este sentimiento moral, Fehr y Schmidt (1999) proponen, para juegos de dos jugadores, las preferencias siguientes, en las que la utilidad de un jugador depende de su pago material y de que esté en ventaja o desventaja con respecto al otro jugador:

$$u_i(\pi_i, \pi_j) = \pi_i - \alpha_i \max\{\pi_j - \pi_i, 0\} - \beta_i \max\{\pi_i - \pi_j, 0\} \quad (2)$$

⁷ Ver Guth y Tietz (1990), Roth et al. (1991) y Camerer y Thaler (1995).

donde π_i es el pago material del jugador i ; α_i la desutilidad que le produce la desigualdad desventajosa, y β_i el grado de desutilidad que le produce la desigualdad ventajosa. Con estas preferencias, su utilidad final luego de cierta interacción depende de su pago y de la relación entre su pago y el del otro jugador. La desigualdad produce desutilidad, esté en ventaja o en desventaja. Es natural suponer que $\alpha_i \geq \beta_i$ y que $\beta_i \in [0, 1]$. Esto significa que la desigualdad desventajosa produce más desutilidad que la desigualdad ventajosa. Además, $\beta_i \leq 1$ implica que el jugador i no se castiga a sí mismo. Si $\beta_i > 1$, $\partial u_i / \partial \pi_i < 0$, lo que no parece ser muy natural para la mayoría de los seres humanos⁸.

Estas preferencias, que se manifiestan en los resultados experimentales de juegos como el dilema del prisionero, el del bien público o el del dictador, provienen de la literatura antropológica (Gintis, 2000). El *homo sapiens* evolucionó de grupos de cazadores y recolectores como los Hadza de Tanzania (Henrich et al., 2004). Estos grupos no tienen una estructura centralizada de gobierno definida ni un sistema judicial claro; sus integrantes no toleran la aparición de líderes ni gobernantes y, por tanto, el cumplimiento de las normas depende de la voluntad de sus miembros. La cooperación entre desconocidos es frecuente. Comparten los alimentos y los frutos de la caza, y son habituales las prácticas igualitaristas, como la monogamia y el asesinato de los líderes. El igualitarismo del hombre moderno puede haber evolucionado a partir de esos grupos, porque aunque estas formas de cooperación no son rentables en el corto plazo, sí lo son en el largo plazo.

Analicemos una versión simple del juego del ultimátum con preferencias igualitaristas. El jugador 1 tiene \$10 para repartir con el jugador 2. Supongamos, por simplicidad, que el jugador 1 sólo puede hacer una oferta equitativa (E, \$5 para cada uno) o una inequitativa (I, \$8 para él y \$2 para el jugador 2). El jugador 2 puede aceptar (A) o rechazar (R). Si el jugador 2 rechaza, el pago es cero para ambos. La gráfica 1 representa el juego.

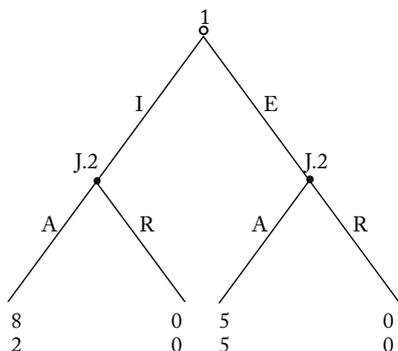
Supongamos además que las preferencias son igualitaristas, como en (2). Este juego se presenta en la gráfica 2.

Con estos pagos, el jugador 2 rechaza una oferta injusta si

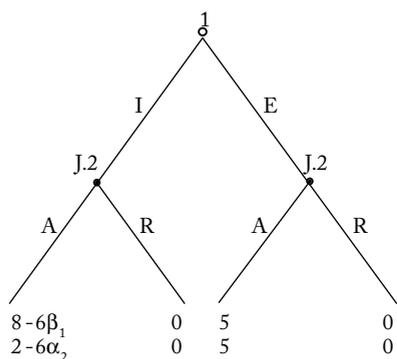
$$2 - 6\alpha_2 < 0$$

⁸ Preferencias masoquistas o ascéticas implicarían una disminución de la utilidad ante incrementos de los pagos, pero aquí no nos interesan.

Gráfica 1
Ultimátum con pagos materiales



Gráfica 2
Ultimátum para un *homo equalis*



es decir, si $\alpha_2 > 1/3$. Si la aversión a la desigualdad desventajosa del jugador 2 es suficientemente alta, rechaza la oferta y prefiere un pago nulo. Esto es lo que suele ocurrir, entre un 40% y un 60% de las veces en que el jugador 1 ofrece menos del 20% en los experimentos del juego del ultimátum. Si $\alpha_2 < 1/3$, es posible que la oferta sea equitativa. Esto ocurre si el jugador 1 tiene incentivos para hacerla, es decir, si $5 > 8 - 6\beta_1$, o si $\beta_1 > 1/2$. Cuando el jugador 1 tiene una aversión a la desigualdad ventajosa suficientemente alta, prefiere la oferta equitativa a la inequitativa. El par (α_i, β_i) de cada jugador depende del contexto.

Estudios experimentales con sociedades de escala pequeña⁹, en cuatro continentes y doce países, muestran que los niveles de generosidad y de cooperación en juegos como el del ultimátum dependen significativamente de variables económicas y culturales agregadas. Los niveles de cooperación en la vida diaria y la integración al mercado explican en gran medida qué tan generoso es el jugador 1 (Henrich et al., 2004). Un grupo de cazadores de ballenas, por ejemplo, depende notablemente de la cooperación entre no parientes, que se refleja en la generosidad del jugador 1. En cambio, variables económicas y demográficas individuales, como la edad, el sexo o la riqueza, no explican estas diferencias.

HOMO RECIPROCANS: COOPERACIÓN CONDICIONADA

A pesar de la aparente coherencia de los resultados, muchos experimentos muestran que las preferencias no sólo responden a sentimientos de aversión a la desigualdad, y que en muchos casos es más importante la reciprocidad (Bowles, 2003). Para modelarla, seguimos a Falky y Fischbacher (2006a y 2006b) y a Gintis (2000). Un individuo cuyas preferencias responden a sentimientos de reciprocidad fuerte tiene una función de utilidad de la forma:

$$u_i = \pi_i + \rho_i \phi_j \sigma_i$$

A individuos con estas preferencias los llamamos *homo reciprocans*. El término π_i representa el pago material del jugador i . El segundo sumando es la utilidad generada por la reciprocidad. El término $\rho_i \geq 0$ denota la reciprocidad. Indica cuán importante es este sentimiento para el jugador. Si $\rho_i = 0$, la reciprocidad no importa y su utilidad es igual a la de un juego con preferencias egoístas. Por su parte, ϕ_j representa la amabilidad que percibe en la acción del otro. Si es positiva, se considera amable, y si es negativa, se la juzga descortés. Por último, σ_i representa la utilidad que le produce al individuo i el acto motivado por la reciprocidad. Si un individuo reacciona negativamente ante una acción poco amable y castiga al infractor, ese gesto genera utilidad en un *homo reciprocans*. Algo similar sucede si reacciona positivamente ante un gesto amable. En lo que sigue se formalizan estas intuiciones.

⁹ Grupos de cazadores-recolectores, horticultores, nómadas y agricultores.

Estructura del juego

Consideremos un juego Γ de dos jugadores, en forma extensiva¹⁰. Se toma este número de jugadores porque en el análisis de la decisión de un votante se considera su interacción con el candidato. Llamamos $J = \{1, 2\}$ al conjunto de jugadores. El árbol de decisión que representa la interacción secuencial es un par (X, \succ) , donde X es el conjunto de nodos y \succ es la relación de precedencia. Para todo par $x^1, x^2 \in X$, la expresión $x^1 \succ x^2$ significa que el nodo x^1 precede al nodo x^2 . Se supone que \succ es una relación transitiva y asimétrica¹¹.

Se supone que hay información completa y perfecta. Es decir, la estructura del juego es conocida por todos los jugadores, y en el momento de actuar conocen las decisiones de toda la historia del juego. Llamamos $X_i \subseteq X$ al conjunto de nodos en los que decide el jugador i . Cada jugador tiene un conjunto de acciones disponibles en cada nodo. A ese conjunto lo llamamos C_x , donde $x \in X_i$ es un nodo en el que actúa el jugador i ; Z es el conjunto de nodos terminales. En estos nodos ningún jugador actúa, el juego termina y cada jugador recibe un pago. La función de pagos es de la forma $\pi_i: Z \rightarrow \mathfrak{R}$, es decir, la función de pagos de cada jugador asigna a cada nodo terminal un número real que representa el pago del jugador i .

En el momento de actuar en un nodo, los jugadores pueden aleatorizar sus acciones. Sea $p(C_x)$ el conjunto de distribuciones de probabilidad de las acciones en $x \in X_i$. Así, el espacio de las posibles aleatorizaciones del jugador i en sus nodos de decisión es:

$$S_i = \prod_{x \in X_i} p(C_x)$$

En la literatura de juegos en forma extensiva, el concepto de estrategia se modifica cuando las decisiones son secuenciales, para concebirla como un plan de contingencia que especifica una acción a cada posible historia del juego. A estas estrategias las llamamos estrategias de comportamiento. Una estrategia de comportamiento para el jugador i , $s_i \in S_i$ asigna una probabilidad a cada acción disponible en los nodos en que actúa, en función de las actuaciones pasadas de los demás.

¹⁰ Para una introducción a los juegos no cooperativos en forma extensiva y a los juegos dinámicos, ver Monsalve y Arévalo (2005).

¹¹ Transitividad significa que para todo trío de nodos $x^1, x^2, x^3 \in X$, si $x^1 \succ x^2$, y $x^2 \succ x^3$, entonces $x^1 \succ x^3$. Asimetría significa que para todo par $x^1, x^2 \in X$, si $x^1 \succ x^2$, entonces $\sim(x^2 \succ x^1)$, es decir, si un nodo precede a otro, no es posible lo contrario.

Así, $\pi_i(s_i, s_j)$ y $\pi_j(s_i, s_j)$ denotan los pagos de los jugadores i y j , cuando eligen las estrategias de comportamiento s_i y s_j . En esta teoría, son fundamentales las creencias de los jugadores sobre las acciones de los demás. Esto nos lleva al terreno de los juegos sicológicos (Geanakoplos et al., 1989), en los que las estrategias reales son tan importantes como las creencias. Hablamos de creencias de primero y segundo orden de acuerdo con la siguiente definición.

Definición 1: Creencias de primero y segundo orden

Una creencia de primer orden para el jugador i , $s_i^1 \in S_j$ representa su creencia sobre la estrategia elegida por el jugador j .

Una creencia de segundo orden para el jugador i , $s_i^2 \in S_i$ representa su creencia sobre la creencia del jugador j acerca de la estrategia elegida por el jugador i . Es decir, s_i^2 es la creencia de i sobre $s_j^1 \in S_i$.

Un conjunto de creencias es coherente si para todo $i \neq j$, $s_i = s_i^1 = s_i^2$, es decir, si la creencia de j acerca de lo que hará i y la creencia de i de lo que cree j que él hará coinciden con la elección de i . Estas creencias son fundamentales en los juegos dinámicos con preferencias recíprocas porque la respuesta de uno ante las acciones de los demás depende de lo que “crea” acerca de lo que juegan los otros.

Amabilidad percibida en el otro: resultados e intenciones

Ya vimos que la utilidad que produce el sentimiento de reciprocidad tiene dos elementos: la amabilidad percibida en una acción y la utilidad derivada de la respuesta a esa acción. En cuanto a la amabilidad, las acciones de los demás suscitan sentimientos de reciprocidad positiva o negativa en un jugador dependiendo de que los pagos, consecuencia de dicha acción, sean superiores o inferiores a un nivel de referencia, lo que lleva a percibir una acción como amable o no amable. Pero ese sentimiento será positivo, negativo o nulo dependiendo de que perciba intencionalidad o no en la acción. Veamos esto con un ejemplo experimental de Fehr y Falk (1999) y Bewley (2006). Un trabajador al que se le paga un salario alto con respecto a un nivel de referencia siente gratitud hacia el empleador. Si el jefe fijó un salario alto aunque podría haber fijado uno bajo, el sentimiento será mayor que si el jefe no tenía otra opción.

Llamemos $\phi_j(x) \in \mathfrak{R}$ al parámetro que mide la amabilidad percibida por el jugador i en el nodo $x \in X_i$, ante una acción de j en un nodo an-

terior. Para formalizar la noción de que el sentimiento de amabilidad depende de resultados e intenciones, lo definimos así:

$$\varphi_j(x) \equiv \theta_j(x)\Delta_j(x)$$

donde $\theta_j(x)$ es la intencionalidad percibida en la acción de j y $\Delta_j(x) \in \mathfrak{R}$ mide el resultado de esa acción. Estas percepciones dependen del nodo x en el que se encuentre el jugador i . En particular, si $\Delta_j(x) > 0$, la acción del jugador j generó ventaja al jugador i . Si $\Delta_j(x) < 0$, la acción del jugador j generó desventaja al jugador i . La amabilidad que i percibe en la elección de j se define así:

Definición 2: Término de amabilidad

La amabilidad que percibe i en el momento de actuar en un nodo $x \in X_i$, luego de que j eligió una acción en un nodo $x' \succ x$, está dada por:

$$\Delta_j(x) \equiv \pi_i(s_j^2, s_i^1) - \pi_i(s_j^1, s_i^1)$$

Aquí, el punto de referencia que usan los jugadores para juzgar si una acción es amable o descortés es un criterio de igualdad¹², que relaciona el enfoque de aversión a la desigualdad y el de reciprocidad. En este caso, una acción de j que genere desigualdad desventajosa a i será juzgada descortés. En cambio, la acción de j se juzgará amable si pone en desigualdad ventajosa al jugador i .

Por ejemplo, en el juego del ultimátum, si el jugador 1 ofrece una cantidad nula al jugador 2, lo pone en desventaja, pero si le ofrece más del 50% lo pone en ventaja. El jefe que fija un salario apenas superior al de reserva puede generarle una desventaja al trabajador, pero si le ofrece un salario mucho mayor le dará una ventaja. Por supuesto, definir qué es ventajoso y qué no lo es depende del punto de referencia de los jugadores, en este caso, la igualdad de pagos.

Pero el resultado final no debería ser lo único importante a la hora de juzgar si un acto es amable o no. También lo es la intención. En adelante, $\theta_j(x) \in [0, 1]$ representa esa intención. $\theta_j(x) = 0$ representa una situación en la que el jugador i percibe que el jugador j no tuvo la intención de generar el resultado final. $\theta_j(x) > 0$ representa una situa-

¹² En las funciones de pago se usan las creencias de primero y segundo orden del jugador i , porque la amabilidad que percibe en la acción de j es una percepción psicológica de lo que cree que piensa y hace el otro.

ción donde sí se percibe esa intención. Cuando $\theta_j(x) = 1$, lo único que le importa al jugador i para determinar si la acción de j fue amable o no, es el resultado final, pues percibe completa intencionalidad.

La amabilidad de una acción en un escenario de interacción bilateral depende entonces del resultado final del acto y de la intención percibida de ese acto. Cuál de los dos aspectos es más importante depende del individuo y es un hecho empírico que se puede resolver experimentalmente.

En síntesis, un acto se percibe como amable o descortés por sus consecuencias y la intención que se percibe en él. Ésta es la principal razón por la que se escoge el modelo de Falk y Fischbacher para modelar la reciprocidad. Si bien hay otras teorías y modelos, como los de Rabin (1993), Levine (1998), Charness y Rabin (2002), Bowles (2003) y Dufwenberg y Kirchsteiger (2004), el enfoque de Falk y Fischbacher (2006b) es adecuado por su formalización de resultados e intenciones. Este par de elementos son fundamentales cuando un ciudadano juzga la amabilidad o descortesía de un candidato político.

La respuesta

Es natural suponer que un *homo reciprocans* reacciona amablemente ante un gesto amable y descortésmente ante un gesto descortés. La utilidad que genera la respuesta del jugador i ante un acto del jugador j se representa mediante $\sigma_i(x)$. Para definir este término, se usa la siguiente notación. Sea $s_i(c_i)$ la estrategia de comportamiento de i que coincide con s_i salvo en el nodo x , donde i escoge la estrategia pura $c_i \in C_i$. Es decir, $s_i(c_i)$ representa una alteración en el comportamiento de i .

Definición 3: Término de reacción recíproca

Para un juego en forma extensiva Γ , sea $x \in X_i$ un nodo no terminal en el que actúa el jugador i , y en este nodo i elige c_i . La utilidad que genera este acto recíproco de i en x_i , ante un acto previo de j , es:

$$\sigma_i(x) \equiv \pi_j(s_i(c_i), s_j) - \pi_j(s_i, s_j)$$

Es decir, la satisfacción que produce la respuesta recíproca de i a j la determina la alteración en el pago de j que i provoca con su decisión. En el juego del ultimátum, por ejemplo, cuando el jugador 2 rechaza una oferta inequitativa de (8,2), de modo que el pago del jugador 1

es 0, altera ese pago en -8 . ¿Por qué preferiría esta elección en vez de aceptar la oferta y quedarse con 2? Recordemos que el término $\rho_i \varphi_j \sigma_i$ representa la reciprocidad percibida por el jugador i . Supongamos que i es un *homo reciprocans* y que, por tanto $\rho_i > 0$. Consideremos además una situación en la que la acción de j se percibe como intencionalmente descortés. Así, $\theta_j(x) > 0$ (porque hay intencionalidad) y $\Delta_j < 0$ (porque el acto fue descortés). Por tanto, $\varphi_j(x) < 0$. ¿Cuál es la respuesta óptima del jugador i ? Por un lado, el interés propio lo lleva a maximizar su pago material, independientemente de que aumente o reduzca el pago de j . Pero con preferencias sociales puede ser preferible hacer lo más bajo posible el pago de j , para que $\sigma_i(x)$ sea negativo y contrarreste el efecto de $\varphi_j(x)$. En esencia, las preferencias de un *homo reciprocans* deben representar este posible conflicto de intereses.

Utilidad y equilibrio

Como vimos, un individuo que responde a sentimientos de reciprocidad fuerte valora el pago material que recibe tras la interacción, la amabilidad que percibe en los actos del otro jugador y la satisfacción que produce su respuesta a estos actos. Formalmente, su utilidad se define así:

Definición 4: Utilidad de un homo reciprocans

Las preferencias de un *homo reciprocans* en un juego de dos jugadores en forma extensiva Γ están dadas por: x^2

$$u_i(z) = \pi_i(z) + \rho_i \sum_{x \in X_i, x \succ z} \varphi_j(x, s_j^2, s_j^1) \sigma_i(x, s_i^2, s_i^1)$$

donde z es el nodo terminal que se alcanza en el juego.

Es decir, la reciprocidad que percibe i en los actos de j y su respuesta a esos actos se agregan en todos los nodos que preceden al nodo terminal z , en los que actúa i . A partir de estas preferencias es claro que el juego es psicológico. El pago de i depende de las creencias que tenga en cada nodo acerca de qué juega el jugador j y acerca de la creencia de j . Falta definir el concepto-solución de este tipo de juegos. Lo llamamos equilibrio recíproco, un equilibrio de Nash perfecto en subjuegos con preferencias recíprocas.

Definición 5: Equilibrio recíproco

Un vector de estrategias de comportamiento (s_1^*, s_2^*) es un equilibrio recíproco para un juego en forma extensiva Γ con preferencias recíprocas si, para todo i , la restricción de s_i^* a cada subjuego¹³ de Γ es un equilibrio de Nash.

Si un juego en forma extensiva tiene información completa y perfecta se puede usar el procedimiento de inducción hacia atrás para encontrar el equilibrio de Nash perfecto en subjuegos (Selten, 1975). En este sentido, se sigue suponiendo cierta racionalidad maximizadora de los jugadores. El enfoque que aquí se sigue y la teoría de juegos clásica difieren en la forma de las preferencias pero no en la manera de escoger las estrategias. Uno de los desafíos más interesantes para esta teoría de la reciprocidad es justificar la aparición de equilibrios en contextos poblacionales de interacción estratégica, en los que la evolución y el aprendizaje ayudan a entender el comportamiento de los jugadores. Abordamos este desafío más adelante.

Un ejemplo aclara las ideas que presentamos en esta sección. Consideremos nuevamente el juego del ultimátum de la gráfica 1. Supongamos que los jugadores tienen preferencias recíprocas¹⁴. Resolvamos el juego por inducción hacia atrás teniendo en cuenta únicamente las estrategias puras. Si el jugador 1 hace una oferta inequitativa, el jugador 2 cree que el jugador 1 quiere quedarse con 8, y dejarle 2 a él. En este caso, $\Delta_1 = -6$ y el resultado de la acción del jugador 1 es descortés. El jugador 2 percibe completa intencionalidad en ese gesto descortés, porque existe una opción alternativa, el vector de pagos (5,5), en el que el jugador 2 mejora sin superar al jugador 1. Por tal motivo, teniendo en cuenta intención y resultado, una oferta inequitativa de (8,2) genera una reciprocidad negativa del jugador 2.

Si el jugador 2 acepta la oferta inequitativa, $\sigma_2(I, A) = 8 - 0 = 8$, porque el pago de 1 es 8, y sería 0 si el jugador 2 la rechaza. En cambio, si la rechaza, $\sigma_2(I, R) = 0 - 8 = -8$. El pago del jugador 2 cuando acepta una oferta inequitativa es $u_2(I, A) = 2 + \rho_2(-6)(8) = 2 - 48\rho_2$, y cuando la rechaza es $u_2(I, E) = 0 + \rho_2(-6)(-8) = 48\rho_2$. Rechazar es preferible a aceptar si $\rho_2 \geq 1/48$. Un jugador 2 para quien la reciprocidad es “suficientemente”

¹³ Un subjuego de un juego en forma extensiva Γ es una parte de Γ que se puede representar como un juego aparte. Ver Monsalve y Arévalo (2005).

¹⁴ Por simplicidad, en este caso sólo el jugador 2 tiene preferencias de este tipo, el jugador 1 no condiciona su comportamiento recíproco a acciones e intenciones previas del jugador 2.

importante preferirá rechazar la oferta inequitativa. Si ρ_2 es grande, el sentimiento de reciprocidad negativa puede primar sobre el afán de maximizar el pago material. Esto concuerda con los resultados experimentales, en los que un alto porcentaje de jugadores 2 rechaza ofertas inferiores al 30%.

Si el jugador 1 elige la oferta equitativa, se verifica fácilmente que el jugador 2 siempre prefiere aceptar que rechazar. Esto concuerda con el hecho estilizado del juego del ultimátum, según el cual el jugador 2 no rechaza ofertas cercanas al 50%. Así, si el jugador 1 anticipa bien el valor de ρ del otro jugador y reconoce que es “suficientemente alto”, preferirá hacer la oferta equitativa. El problema sería que no lo anticipe adecuadamente. Si lo subestima, su oferta inequitativa puede ser rechazada, como pasa un 20% de las veces en los experimentos. En conclusión, en el equilibrio recíproco, cuando $\rho_2 \geq 1/48$, el jugador 1 elige la oferta equitativa, y el jugador 2 rechaza la oferta inequitativa y acepta la equitativa. Si $\rho_2 < 1/48$, el equilibrio coincide con el equilibrio de Nash perfecto en subjuegos de jugadores *homo economicus*, porque el jugador 2 da poco peso al sentimiento de reciprocidad y mucho más al pago material.

En conclusión, un *homo reciprocans* es un cooperador condicional. Responde con amabilidad a gestos amables y con descortesía a gestos descorteses. Sus preferencias son sociales porque su satisfacción depende de su pago y del de los demás jugadores. La amabilidad que percibe en el otro no depende sólo de resultados sino también de intenciones. Su racionalidad sigue siendo maximizadora, pero los sentimientos de reciprocidad fuerte afectan sus decisiones.

UN MODELO DE VOTACIÓN CON HOMO RECIPROCANS

EL VOTO COMO GESTO DE RECIPROCIDAD

Los modelos económicos que se utilizan para analizar la conducta de los agentes (consumidores, empresas, votantes, gobiernos, etc.) suelen suponer que el único sentimiento moral que incide en las preferencias es el interés propio¹⁵, de modo que la satisfacción depende totalmente del pago al individuo y no del de los demás. El individuo tiene preferencias sociales cuando su satisfacción final depende no sólo de su pago material sino también del pago material de los demás.

¹⁵ Podríamos hablar de egoísmo, pero por las ambigüedades que suscita ese término es preferible hablar de interés propio.

Las preferencias sociales son el resultado de una serie de sentimientos morales distintos del interés propio, que también condicionan la conducta individual. En muchos contextos de interacción social y económica, la reciprocidad, el altruismo, la justicia, la envidia, la culpa, la vergüenza, el amor o el igualitarismo pesan más que el interés propio, como muestra la literatura experimental.

Por reciprocidad fuerte entendemos la predisposición de los individuos a cooperar con quienes cooperan aunque haya incentivos individuales para no hacerlo, y de castigar a quienes violan las normas de cooperación, aunque el castigo sea costoso y no reporte ningún beneficio futuro. En numerosas transacciones bilaterales, el comportamiento individual está condicionado por sentimientos de reciprocidad. Se reconoce cada vez más que sentimientos morales como la reciprocidad fuerte o la aversión a la desigualdad tienen gran impacto en el comportamiento económico de los individuos. Algunos estudios muestran que en el mercado laboral, por ejemplo, los empresarios se niegan a bajar los salarios en épocas de recesión por temor a desincentivar a los trabajadores. Como señalan Bewley (2006) y Fehr y Falk (1999), la rigidez de los salarios podría ser una consecuencia de la reciprocidad fuerte.

Estudios como el de Fong et al. (2006) muestran que la actitud de los votantes ante las políticas de bienestar y redistribución está condicionada por la concepción de la pobreza y la ética de los pobres frente al trabajo, más que por su nivel de ingreso. En una sociedad desigual en donde la mayoría de la población tiene un ingreso inferior al promedio, la mayoría votaría por políticas redistributivas para quitar ingreso a los ricos y redistribuirlo entre los pobres. En este contexto, según la lógica del interés propio, el apoyo a la redistribución debería disminuir con el nivel de ingreso, pero los estudios muestran lo contrario. El ingreso suele ser un mal predictor, la actitud ante la pobreza y la ética de los pobres hacia el trabajo son mejores. En general, si se cree que los pobres lo son por mala suerte y que si tuvieran oportunidades se esforzarían por mejorar su situación, se apoyarían las políticas de bienestar y redistribución. Pero si se cree que la pobreza es consecuencia de la pereza y la mala disposición frente al trabajo, dichas políticas no se apoyarían. La reciprocidad fuerte explica entonces la actitud ante estas políticas, y no el interés propio. Estos y otros ejemplos indican que la reciprocidad fuerte ayuda a entender algunas relaciones económicas y políticas no contractuales.

Esta sección muestra que el sentimiento de reciprocidad fuerte puede explicar por qué los individuos votan. Cuando la probabilidad

de ser el votante decisivo tiende a cero, es de suponer que el beneficio material de votar es inferior al costo. Pero esto puede cambiar si consideramos preferencias sociales en las que la reciprocidad juega un gran papel. En general, si los votantes sienten que un candidato ha cumplido las normas de cooperación (mejorando el nivel de vida), pueden sentirse motivados a retribuirle positivamente. La manera más directa es votar por él; también podrían hacerle publicidad o darle apoyo no pecuniario. En este caso, el sentimiento de reciprocidad los motiva a votar, sin importar el costo de acudir a las urnas.

Pero la decisión de votar también puede responder a la reciprocidad negativa, que surge cuando alguien infringe una norma de cooperación. El individuo se ve motivado a castigar al infractor, aunque el castigo sea costoso y no reporte ningún beneficio futuro. Cuando por algún motivo un candidato o grupo político infringe las normas de cooperación (gobernando mal o siendo objeto de algún escándalo de corrupción, por ejemplo), el votante busca castigar al candidato, no votando por él, o lo que es más costoso, votando por un adversario. En este caso, el deseo de castigar al candidato puede pesar más que el costo de votar (reciprocidad negativa).

Algunos ejemplos pueden servir como referencia. El panorama político previo a las elecciones de 1998 no era favorable para el presidente saliente, Ernesto Samper. El escándalo del “Proceso 8.000” y la presunta filtración de dineros del narcotráfico en su campaña generaron graves problemas de gobernabilidad. Es probable que muchos colombianos votaran por el candidato ganador, Andrés Pastrana, porque simpatizaban con sus ideas. Pero muchos votaron por la oposición, contra el candidato samperista Horacio Serpa. En este caso poco importaba el costo de votar, era más importante castigar el mal gobierno de Samper votando por su opositor.

Veamos ahora la reelección de Álvaro Uribe en 2006. Cabe preguntarse por qué un uribista acude a las urnas, si las encuestas lo dan como seguro ganador en la primera vuelta. Es decir, si el voto de muchos otros garantiza el triunfo del candidato, ¿para qué votar si es costoso? La reciprocidad fuerte puede ser la explicación. Si el votante cree que el primer gobierno de Uribe fue positivo y que sus condiciones de vida mejoraron, se puede sentir motivado a cooperar acudiendo a las urnas, así sea costoso.

En esta sección se formalizan dichas ideas mediante un modelo que capta las preferencias sociales de los votantes, y se muestra que la reciprocidad puede justificar el voto como un acto racional.

EL MODELO

Consideremos un juego de dos jugadores en forma extensiva Γ , en el que un candidato interactúa secuencialmente con un ciudadano. En la primera etapa, el candidato anuncia su plataforma política. Sea $C_1 = \{\mu_P, \mu_D\}$ el espacio de elección del candidato¹⁶. Llamamos \succeq_1 a la relación de preferencia débil del candidato, definida sobre C_1 . Así, $\mu_1 \succeq_1 \mu_D$ implica que el candidato prefiere débilmente la plataforma μ_1 a la plataforma μ_D . Se supone además que \succeq_1 es completa¹⁷. El candidato desea obtener la mayor cantidad de votos y ser fiel a sus principios ideológicos. La función de pagos del candidato es:

$$u_1(\mu, c_2), \text{ para } \mu \in C_1$$

donde c_2 es la estrategia escogida por el votante. La utilidad del candidato depende de su plataforma política y de que reciba o no el voto del ciudadano. Es natural suponer que manteniendo constante la elección del votante, c_2 :

$$u_1(\mu_P, c_2) - u_1(\mu_D, c_2) \geq 0 \Leftrightarrow \mu_1 \succeq_1 \mu_D$$

$$u_1(\mu_D, c_2) - u_1(\mu_P, c_2) \geq 0 \Leftrightarrow \mu_D \succeq_1 \mu_1$$

$$u_1(\mu_D, c_2) - u_1(\mu_P, c_2) = 0 \Leftrightarrow \mu_D \sim_1 \mu_1$$

Es decir, la utilidad del candidato es mayor cuando escoge la plataforma política que prefiere. En la segunda etapa, el ciudadano decide si vota o no por el candidato. Supongamos, por el momento, que sólo tiene estas dos opciones, es decir, que no se preocupa por otros candidatos. Su espacio de elección es $C_2 = \{V, A\}$, donde V es votar y A es abstenerse¹⁸. Suponemos que el ciudadano tiene preferencias sociales y que responde a sentimientos de reciprocidad fuerte. Su función de utilidad es de la forma:

¹⁶ Suponemos que el espacio de plataformas políticas es binario. Es deseable, por supuesto, generalizar el análisis a un espacio continuo, en el que la plataforma sea $\mu \in [0, 1]$, donde 0 y 1 son los extremos del espectro político. Esto se hace más adelante.

¹⁷ Es decir, $\mu_1 \succeq \mu_D$, o $\mu_D \succeq \mu_1$ o ambas, en cuyo caso el candidato es indiferente entre las dos plataformas. Definimos así la relación de indiferencia \sim : $\mu_1 \sim \mu_D \Leftrightarrow \mu_1 \succeq \mu_D \wedge \mu_D \succeq \mu_1$.

¹⁸ Para estudiar el impacto de la reciprocidad sobre la intención de voto es fundamental incorporar más candidatos y la opción "votar por el otro". Esto es importante cuando se incorporan sentimientos de reciprocidad negativa.

$$u_2(\mu, c_2) = \pi_2(\mu, c_2) + \rho_2 \varphi_1 \sigma_2 \quad (3)$$

donde $\pi_2(\mu, c_2)$ es la función de pago material del ciudadano, que depende de la plataforma del candidato y de su decisión de voto; ρ_2 es un parámetro exógeno que mide la intensidad de las preferencias recíprocas del ciudadano; φ_1 mide la amabilidad o descortesía que percibe en la actuación del candidato o su partido político; y σ_2 es la utilidad generada por el gesto recíproco del ciudadano.

Definamos cada término. El pago material (π_2) del ciudadano depende de que vote o no. Si vota por el candidato, su pago material es el que se definió en la introducción:

$$\pi_2(\mu, V) = [G|V]PrB(\mu) - c$$

Si no vota, es:

$$\pi_2(\mu, A) = Pr[G|A]B(\mu)$$

Suponemos, como es habitual en los estudios de la paradoja del votante, y como sugieren el sentido común y la evidencia empírica, que si la elección es concurrida y votan muchas personas, manteniendo lo demás constante, la probabilidad de ser el votante pivotal es prácticamente nula¹⁹. Es decir, si el número de votantes en una elección es suficientemente grande,

$$Pr[G|V] - Pr[G|A] = 0$$

Si se elige a su candidato, el beneficio del ciudadano depende de la plataforma de aquél. Por otra parte, los actos del candidato generan sentimientos de reciprocidad en el ciudadano. Hemos dicho que φ_1 representa la utilidad de estos actos. Como en Falk y Fischbacher (2006b), $\varphi_1 = \theta_1 \Delta_1$, donde $\Delta_1 \in \mathfrak{R}$ es el resultado para el votante de las

¹⁹ Si llamamos $p(v)$ a la probabilidad de ser el votante pivotal en función del número de votantes v , es de esperar que $p'(\cdot) < 0$. De hecho, si suponemos que todos los votantes tienen la misma importancia, el valor de Shapley (1953) correspondiente a un juego cooperativo de votación implica $p = 1/v$ (Riker y Ordeshook, 1968). Good y Mayer (1975), Chamberlain y Rothchild (1981) y Edlin et al. (2005) muestran porqué esta probabilidad disminuye con el número de votantes. Riker y Ordeshook (1968) sostienen que la probabilidad subjetiva de ser el votante pivotal no tiende necesariamente a cero cuando el número de votantes es grande.

acciones del candidato y $\theta_1 \in [0, 1]$ es la intencionalidad percibida en el candidato de generar dicho resultado.

Cuando deciden si votan o no por cierto candidato, o si votan por su principal opositor, los votantes tienen en cuenta el resultado de cierta elección en sus vidas. Por ello, a la hora de definir el término del resultado se supone que son retrospectivos. Juzgan a los candidatos de acuerdo con sus acciones pasadas; no juzgan su ideología o su desempeño pasado consolidado. No es necesario suponer que los votantes son retrospectivos racionales, sino que usan reglas simples para compararse antes y después de un gobierno.

Siguiendo a Bendor et al. (2006), los votantes tienen un nivel de aspiraciones en el período anterior a un gobierno, que comparan con su pago en ese período. Sea B_t el pago en el período t . Ese pago depende de las decisiones de política económica del gobierno en t , y de factores aleatorios como guerras, pestes, bonanzas, etc. Llamemos a_{t-1} a las aspiraciones del ciudadano en el período $t-1$ con respecto al pago en t . Por ejemplo, a_{t-1} podría ser el salario nominal que un trabajador aspira a percibir dentro de cuatro años, mientras que B_t es el salario verdadero que percibe al cabo de los cuatro años.

Definición 6: Feedback positivo y negativo

Un votante experimenta *feedback* positivo hacia un candidato o partido en el poder si el pago en t es superior a sus aspiraciones en $t-1$. Es decir, si

$$B_t > a_{t-1}$$

Y experimenta *feedback* negativo si el pago en el período t es inferior a su aspiración en $t-1$. Es decir, si

$$B_t < a_{t-1}$$

De esta definición se infiere que si el pago real es mayor o igual a las aspiraciones, la probabilidad de votar por el candidato en el poder en t es mayor o igual que la que se tenía en $t-1$. Si el gobernante cumple las expectativas, la probabilidad de reelegirlo no es inferior a la del período anterior. De esta manera, en el contexto del problema del votante, el término de resultado se define de la siguiente manera.

Definición 7: Amabilidad de un gobernante

La amabilidad que un votante percibe en la acción de un gobernante durante un período de gobierno se representa como:

$$\Delta_1 = B_t - a_{t-1}$$

de manera que si $B_t \geq a_{t-1}$ se percibe amabilidad en el candidato, y si $B_t < a_{t-1}$ no se percibe amabilidad.

Cuando hay *feedback* positivo hacia un candidato-gobernante²⁰, cabe esperar que aumente la probabilidad de que el individuo vote por él porque juzga de manera amable su gobierno. Aunque aquí se define el *feedback* hacia candidatos o partidos en el poder, esta definición también se aplica a candidatos que no estaban en el poder en el período anterior.

Por último, hay que definir la utilidad que le produce al ciudadano su respuesta recíproca a los actos del candidato. En principio, por simplicidad sólo suponemos estrategias puras.

Definición 8: Utilidad del acto recíproco del ciudadano

Sea μ la plataforma política elegida por el candidato. La utilidad que le produce al ciudadano su respuesta recíproca a esta elección del candidato, es:

$$\sigma_2(\mu, c_2) = \begin{cases} u_1(\mu, V) - u_1(\mu, A) & \text{si } c_2 = V \\ u_1(\mu, A) - u_1(\mu, V) & \text{si } c_2 = A \end{cases}$$

En cada caso hallamos la diferencia entre el pago real para el candidato y el pago que habría obtenido si el ciudadano hubiese elegido la otra acción. Es decir, σ_2 mide qué tanto modifica el ciudadano el pago del candidato con su decisión de voto. Es natural suponer, por concurrida que sea la elección y por insignificante que pueda ser un votante, que dado μ , para el candidato $u_1(\mu, V) - u_1(\mu, A) > 0$. Cada voto adicional produce utilidad positiva al político, y cuanto más apretada sea una contienda electoral mayor será tal diferencia.

²⁰ O hacia un partido en el poder, en el caso de regímenes sin reelección inmediata.

Con esta estructura teórica se puede demostrar una hipótesis central del modelo: con preferencias recíprocas, votar es un acto totalmente racional.

Teorema 1

Sea μ la plataforma que elije el candidato en la primera etapa y supongamos que la elección es concurrida. Si las preferencias del votante están dadas por $u_2(\mu, c_2) = \pi_2(\mu, c_2) + \rho_2\phi_1\sigma_2$, votar es preferible a no votar si hay *feedback* positivo y

$$2\rho_2\theta_1(B_t - a_{t-1})[u_1(\mu, V) - u_1(\mu, A)] \geq c$$

Demostración

Supongamos que la elección del candidato es $\mu \in \{\mu_I, \mu_D\}$. El ciudadano preferirá votar si $u_2(\mu, V) \geq u_2(\mu, A)$, o de manera equivalente, si $\pi_2(\mu, V) + \rho_2\phi_1(\mu)\sigma_2(V) \geq \pi_2(\mu, A) + \rho_2\phi_1(\mu)\sigma_2(A)$. Votar es preferible si

$$\begin{aligned} \Pr[G|V]B(\mu) - c + \rho_2\theta_1(B_t - a_{t-1})[u_1(\mu, V) - u_1(\mu, A)] &\geq \\ \Pr[G|A]B(\mu) + \rho_2\theta_1(B_t - a_{t-1})[u_1(\mu, A) - u_1(\mu, V)] & \end{aligned}$$

Esta expresión equivale a:

$$B(\mu)\{\Pr[G|V] - \Pr[G|A]\} \geq c - 2\rho_2\theta_1(B_t - a_{t-1})[u_1(\mu, V) - u_1(\mu, A)]$$

Si existe *feedback* positivo, $B_t - a_{t-1} > 0$, y si la elección es concurrida, votar es preferible cuando

$$2\rho_2\theta_1(B_t - a_{t-1})[u_1(\mu, V) - u_1(\mu, A)] \geq c \quad (4)$$

Este teorema muestra que cuanto más importante sea la reciprocidad (ρ_2) (más *feedback* positivo), a mayor intencionalidad percibida en las acciones del candidato (θ_1) y mayor cambio en la satisfacción del candidato por un voto adicional, más factible será que el ciudadano vote. El aumento de estos parámetros lleva a que el sentimiento de reciprocidad compense el costo de votar. Vale la pena hacer tres aclaraciones.

Primera, un hecho estilizado difícil de objetar es que cuanto más apretada es una elección votan más personas. ¿Cómo se aprecia este hecho en el modelo? Si las elecciones son reñidas, cabe esperar que

aumente $u_1(\mu, V) - u_1(\mu, A)$. Cada voto empieza a ser más y más importante para el candidato.

Segunda, otro hecho estilizado evidente en las elecciones es que la concurrencia de votantes es mayor en elecciones presidenciales que en elecciones legislativas. En el modelo, este fenómeno lo capta el parámetro $\theta \in [0, 1]$, que mide la responsabilidad que el votante atribuye al político. En regímenes presidencialistas, se suele asignar más responsabilidad al presidente que a un congresista. Así, luego de observar B_t y compararlo con a_{t-1} , el ciudadano responsabiliza más al presidente por la diferencia entre su aspiración y su pago real. Esto explica porqué más personas votan para presidente.

Tercera, ¿qué ocurre cuando hay *feedback* negativo? En ese caso, de (4) es claro que al costo de votar se suma un término y, por tanto, es más factible que el ciudadano se abstenga. Con *feedback* negativo se generan sentimientos de reciprocidad negativa y el ciudadano querrá “castigar” al candidato con la única herramienta que tiene en este modelo: abstenerse²¹. El costo de votar estimula la abstención, y también la reciprocidad negativa. Este resultado se muestra en el teorema siguiente.

Teorema 2

Si un ciudadano experimenta *feedback* negativo y la elección es concurrente, de tal forma que la probabilidad de ser el votante pivotal es cercana a cero, el ciudadano preferirá abstenerse.

Demostración

Abstenerse es mejor que votar si

$$c - 2p_2\theta_1(B_t - a_{t-1})[u_1(\mu, V) - u_1(\mu, A)] > B(\mu)\{\Pr[G|V] - \Pr[G|A]\} \quad (5)$$

Se ha argumentado que cuando la elección es concurrente, $\Pr[G|V] - \Pr[G|A] = 0$. El lado derecho de (5) tiende a cero cuando crece el número de votantes. Si hay *feedback negativo*, $B_t - a_{t-1} < 0$ y, por tanto, el lado izquierdo de (5) es positivo. Eso hace que la desigualdad se cumpla.

²¹ Se puede suponer que su segunda acción disponible es “votar por otro o abstenerse”, lo que generalizaría el análisis. Pero esto no es pertinente porque los pagos por abstenerse pueden diferir considerablemente de los pagos por votar por otro candidato.

Este artículo analiza la conducta del votante y no la elección del candidato ni la escogencia de su plataforma política, pero algo se puede decir al respecto. Si $\mu_1 \succeq_1 \mu_D$, $u_1(\mu_T, c_2) \geq u_1(\mu_D, c_2)$, para todo $c_2 \in \{V, A\}$, y lo contrario si $\mu_1 \succeq_1 \mu_D$. Por tanto, elegir la plataforma preferida es una estrategia estrictamente dominante para el candidato. En votaciones concurrentes, cuando se cumple (4), en el equilibrio recíproco²² el candidato escoge su plataforma favorita y el ciudadano vota; pero si se satisface (5), en equilibrio el candidato escoge su plataforma favorita y el ciudadano se abstiene.

Generalicemos estos resultados ampliando el espacio de elección del candidato e incorporando estrategias mixtas para el ciudadano. Sea $\mu \in [0, 1]$ el espacio de plataformas políticas y $\omega \in [0, 1]$ la probabilidad de que el ciudadano vote por el candidato. Los resultados no difieren sustancialmente.

Teorema 3

Si el ciudadano experimenta *feedback* positivo y

$$\rho_2 \theta_1 [B_T - a_{T-1}] [u_1(\mu, V) - u_1(\mu, A)] \geq c$$

votar es preferible a abstenerse.

Demostración

Si el ciudadano vota, la utilidad que genera su acto recíproco es $\sigma_2(V) = u_1(\mu, V) - [\omega u_1(\mu, V) + (1 - \omega)u_1(\mu, A)] = [u_1(\mu, V) - u_1(\mu, A)](1 - \omega)$. Por tanto, su utilidad es:

$$u_2(\mu, V) = \Pr[G|V]B(\mu) - c + \rho_2 \theta_1 (B_T - a_{T-1})(1 - \omega)[u_1(\mu, V) - u_1(\mu, A)]$$

Si el ciudadano se abstiene, la utilidad de este acto recíproco es $\sigma_2(A) = u_1(\mu, A) - [\omega u_1(\mu, V) + (1 - \omega)u_1(\mu, A)] = \omega[u_1(\mu, A) - u_1(\mu, V)]$. Y su utilidad es:

$$u_2(\mu, A) = \Pr[G|A] B(\mu) - \rho_2 \theta_1 (B_T - a_{T-1})\omega[u_1(\mu, V) - u_1(\mu, A)]$$

Se puede demostrar que la ganancia neta de votar es:

²² Ver la definición 5.

$$u_2(\mu, V) - u_2(\mu, A) = B(\mu)\{\text{Pr}[G|V] - \text{Pr}[G|A]\} - c + \rho_2\theta_1(B_t - a_{t-1})[u_1(\mu, V) - u_1(\mu, A)]$$

Si existe *feedback* positivo y si la probabilidad de ser el votante pivotal tiende a cero, una condición suficiente para que votar sea preferible a abstenerse es:

$$\rho_2\theta_1(B_t - a_{t-1})[u_1(\mu, V) - u_1(\mu, A)] \geq c \quad (6)$$

lo que completa la prueba.

Este teorema indica que el sentimiento de reciprocidad puede compensar los costos materiales de votar y que votar es un acto racional. Si comparamos (4) y (6) es claro que al incorporar estrategias mixtas la condición que garantiza el voto del ciudadano es más restrictiva. Esto es una consecuencia del cambio en la utilidad que genera el acto recíproco (σ_2).

Recordemos que el espacio de estrategias del candidato ya no es binario sino continuo. Si suponemos que existe una plataforma $\mu^* \in [0, 1]$ tal que $\mu^* \geq_1 \mu$, para todo $\mu \in [0, 1]$, entonces $u_1(\mu^*, c_2) \geq u_1(\mu, c_2)$ para todo $c_2 \in \{V, A\}$. De nuevo, elegir la plataforma preferida es una estrategia estrictamente dominante, y en el equilibrio recíproco el candidato elige μ^* y el ciudadano vota si se satisface (6), y se abstiene en caso contrario. ¿Es una debilidad del modelo que elegir μ^* sea una estrategia estrictamente dominante? Si el propósito del presente artículo fuera caracterizar a los candidatos, lo sería. Pero como se trata de explicar el comportamiento de los votantes desde la reciprocidad, no es una limitación. La determinación de μ^* puede ser consecuencia de varios factores, ideológicos u oportunistas, de los candidatos. Incluso las teorías del votante mediano pueden ayudar a entender cómo se eligen las plataformas.

EVOLUCIÓN Y PARADOJA DEL VOTANTE

Hasta ahora, los jugadores tienen racionalidad maximizadora. Hemos supuesto que son capaces de elegir, dentro del conjunto de opciones, la que da el mayor pago (esperado, al incluir estrategias mixtas). Los individuos tienen gran capacidad cognitiva y pueden almacenar y procesar grandes cantidades de información. ¿Qué pasa si suponemos no racionalidad? Podríamos suponer que están “preprogramados” para jugar estrategias puras. Unos para votar, otros para abstenerse. Esto tiene sentido si aceptamos que, en una población de votantes potenciales, algunas características innatas podrían determinar su

“tipo”. Por ejemplo, un militante del partido liberal seguramente es votante activo. Un anarquista quizá se abstenga. Algunos jóvenes se abstienen con alta probabilidad. Por tanto, se podría pensar que los ciudadanos son de algún tipo, determinado por la estrategia (pura o mixta) para la que están programados. Asimismo, los candidatos estarían programados para elegir una u otra plataforma política. Quizás en tal caso esto tenga más sentido. La afiliación partidista implica que cada candidato asuma una posición preestablecida ante ciertos temas. Quizá los grupos económicos y sociales que representa condicionen su postura. El representante de un partido cristiano puede estar “programado” para oponerse al aborto, y un candidato demócrata en Estados Unidos para favorecer políticas redistributivas u oponerse a la guerra en Iraq.

Los juegos evolutivos multipoblacionales²³ son un buen escenario para analizar la paradoja del votante con preferencias recíprocas. En los juegos evolutivos se supone en principio que los individuos están preprogramados para jugar estrategias (Smith, 1982). Al hablar del fenotipo de una especie y su lucha por la supervivencia quizás esto tenga sentido. ¿Pero lo tiene en ciencias sociales? Un escenario intermedio, entre esta postura y la “racionalidad maximizadora”, sería más enriquecedor. En particular, los procesos de aprendizaje son fundamentales para entender la evolución de normas sociales, hábitos, patrones culturales e instituciones. Y si bien el acto de votar se podría considerar en algunos casos como un fruto de la razón, también es una consecuencia de este tipo de patrones.

En lo que sigue usamos la dinámica del replicador propuesta por Taylor y Jonker (1978) para describir la evolución, en el mediano y el largo plazo, del porcentaje de votantes y abstencionistas. Este enfoque se podría cuestionar porque en la dinámica original del replicador se supone que los individuos están programados. Sin embargo, varios trabajos muestran que ciertos tipos de aprendizaje producen esa misma dinámica, como los de Binmore y Samuelson (1997), Borgers y Sarin (1997) o Cabrales (2000).

Otra posible crítica a este enfoque es que la dinámica del replicador describe una dinámica de largo plazo. Incluso al incorporar estabilidad estocástica en el espíritu de Young (1993 y 1998), la dinámica empieza a ser de “ultra-largo” plazo. Pero el problema de la votación es

²³ Para una introducción a los juegos evolutivos ver Weibull (1995) y Gintis (2000).

un asunto de corto o mediano plazo. Para subsanar estas dificultades, se podría introducir “ruido” a la dinámica del replicador, lo que haría posible modelar jugadores que aprenden en el mediano plazo (Gale, Binmore y Samuelson, 1995).

Consideremos dos poblaciones numerosas, M y N , compuestas por m candidatos y n ciudadanos. En cada período se extrae aleatoriamente un jugador de cada población y se empareja con uno de la otra población para interactuar en un juego de estado Γ , estático de dos jugadores. El conjunto de estrategias puras para el jugador 1, asignado a los jugadores de la población M , es $C_1 = \{\mu_1, \mu_D\}$. Los elementos de C_1 son las dos plataformas políticas disponibles. Cada jugador de la población M es del tipo $c_1 \in C_1$, es decir, los candidatos están programados para elegir alguna plataforma política. Por su parte, el conjunto de estrategias puras para el jugador 2, asignado a los miembros de N , es $C_2 = \{V, A\}$. Estos jugadores son del tipo $c_2 \in C_2$. De esta manera, los jugadores 2 están programados para votar (V) o abstenerse (A). Los individuos de cada población son emparejados durante un número indeterminado de períodos $t = 1, 2, \dots$, y su pago al final de cada período depende de su tipo y del tipo del otro jugador. La gráfica 3 representa el juego de estado en el que interactúan candidatos y ciudadanos.

Suponemos nuevamente que el jugador 2 tiene preferencias sociales y que experimenta reciprocidad hacia las acciones pasadas del candidato. Por tanto, la función (3) representa el pago para los jugadores de la población, con todos los parámetros definidos como en la sección anterior. Más adelante analizamos estos pagos en términos evolutivos. Para el jugador 1, se pueden establecer las siguientes relaciones:

$$u_1(\mu_1, V) \geq u_1(\mu_1, A); \quad u_1(\mu_D, V) \geq u_1(\mu_D, A) \quad (7)$$

Gráfica 3
Juego de la votación

		Ciudadano	
		Votar	Abstenerse
Candidato	μ_1	$u_1(\mu_1, V), u_2(\mu_1, V)$	$u_1(\mu_1, A), u_2(\mu_1, A)$
	μ_D	$u_1(\mu_D, V), u_2(\mu_D, V)$	$u_1(\mu_D, A), u_2(\mu_D, A)$

Es decir, dada la plataforma μ elegida por el candidato, su pago es mayor si el ciudadano vota que si se abstiene. Pero, fijando la elección del ciudadano, ¿qué plataforma prefiere el candidato? Existen dos

posibilidades. Primera, es posible que exista una estrategia $\mu^* \in \{\mu_V, \mu_D\}$ estrictamente dominante para el candidato y que, independientemente de que el ciudadano vote o se abstenga, sea mejor elegir μ^* . Supongamos que la votación es concurrída, tal que $\Pr[G|V] - \Pr[G|A] = 0$. En este caso, el equilibrio de Nash con preferencias recíprocas para el juego de estado implica que el candidato elige μ^* , y que el ciudadano vota si $2\rho_2\theta_1(B_t - a_{t-1})[u_1(\mu^*, V) - u_1(\mu^*, A)] \geq c$, y se abstiene en caso contrario. Éste es precisamente el equilibrio de Nash perfecto en subjuegos de la sección anterior, y se puede demostrar que es el único estado asintóticamente estable bajo la dinámica del replicador.

¿Qué ocurre si las preferencias del candidato por las plataformas dependen de la elección del ciudadano? Por ejemplo, podría elegir la plataforma que prefiere el ciudadano si éste vota, y la otra si se abstiene. Supongamos, sin pérdida de generalidad y sin sesgos ideológicos, que

$$u_1(\mu_V, V) \geq u_1(\mu_D, V); \quad u_1(\mu_D, A) \geq u_1(\mu_V, A) \quad (8)$$

Esto significa que por algún motivo el candidato prefiere elegir μ_V si el ciudadano vota y μ_D si se abstiene. Este supuesto se justifica porque el candidato se interesa en satisfacer un programa o promesa de campaña si el ciudadano vota por él, pero este incentivo se debilita cuando el ciudadano se abstiene. Además, supongamos que:

$$2\rho_2\theta_1(B_t - a_{t-1})[u_1(\mu_D, V) - u_1(\mu_D, A)] \geq c \quad (9)$$

$$c < 2\rho_2\theta_1(B_t - a_{t-1})[u_1(\mu_V, V) - u_1(\mu_V, A)] \quad (10)$$

lo que es plausible por (8). Este supuesto garantiza que el ciudadano prefiera votar si el candidato elige μ_V y abstenerse si elige μ_D . Refleja su ideología o su interés político. Por (8), (9) y (10), el juego de estado tiene dos equilibrios de Nash en estrategias puras con preferencias recíprocas: (μ_V, V) y (μ_D, A) .

Sea $x \in [0, 1]$ la proporción de individuos tipo μ_V , de la población M de candidatos, $1-x$ es la proporción de candidatos tipo μ_D . Llamemos $y \in [0, 1]$ a la proporción de ciudadanos tipo V , y $1-y$ a la proporción de ciudadanos tipo A ; y indica el porcentaje de ciudadanos que votan y $1-y$ el porcentaje de abstención. Nos interesa analizar la evolución de estos porcentajes, y para ello usamos la dinámica del replicador. Sea $u_1(\mu_i, y)$ la utilidad esperada para un candidato tipo μ_i si la proporción de votantes es y , y $\bar{u}_1(x, y)$ el pago esperado para un candidato extraído

aleatoriamente de la población M. La ecuación de réplica para los candidatos es:

$$\dot{x} = x[u_1(\mu_1, y) - \bar{u}_1(x, y)] \quad (11)$$

donde $\dot{x} = \partial x / \partial t$ es el cambio en la proporción de candidatos tipo μ_1 . De (11) se puede ver que la proporción de candidatos tipo μ_1 crecerá en el tiempo si el pago esperado para los de este tipo es superior al pago promedio. Análogamente, sean $u_2(x, V)$ y $\bar{u}_2(x, y)$ la utilidad esperada para un votante cuando la proporción de candidatos tipo μ_1 es x , y la utilidad promedio para un ciudadano extraído aleatoriamente de la población N, respectivamente. La ecuación de réplica para los ciudadanos es:

$$\dot{y} = y[u_2(x, V) - \bar{u}_2(x, y)] \quad (12)$$

donde $\dot{y} = \partial y / \partial t$. Esta ecuación describe la evolución de la proporción de votantes, que aumenta en el tiempo si el pago esperado es mayor que el pago promedio. Las ecuaciones (11) y (12) definen el sistema dinámico de este juego entre candidatos y ciudadanos. Para encontrar los equilibrios evolutivos y entender la dinámica de largo plazo, se buscan los estados asintóticamente estables del sistema definido por las ecuaciones de réplica²⁴. Definamos los siguientes términos:

$$\begin{aligned} u_V^1 &\equiv u_1(\mu_1, V) - u_1(\mu_D, V); & u_A^1 &\equiv u_1(\mu_D, A) - u_1(\mu_1, A) \\ u_V^2 &\equiv u_2(\mu_1, V) - u_2(\mu_1, A); & u_D^2 &\equiv u_2(\mu_D, A) - u_2(\mu_D, V) \end{aligned}$$

Es posible demostrar que la ecuación de réplica para los candidatos es:

$$\dot{x} = x(1-x)[yu_V^1 - (1-y)u_A^1] \quad (13)$$

y que la de los ciudadanos está dada por:

²⁴ Sea $f(x, y)$ un sistema dinámico en dos dimensiones. Un punto fijo de f es un vector (x^*, y^*) , tal que $f(x^*, y^*) = 0$. Sea $B_\varepsilon(x, y)$ una bola abierta de radio $\varepsilon > 0$ con centro en (x, y) . Un punto fijo de f , (x^*, y^*) , es asintóticamente estable si existe un $\varepsilon > 0$ tal que para todo $(x, y) \in B_\varepsilon(x^*, y^*)$, $\lim_{t \rightarrow \infty} (x_t, y_t) = (x^*, y^*)$. De esta manera, si un sistema dinámico "cae" en un estado asintóticamente estable, permanece ahí a través del tiempo, por ser un punto fijo. Y si el sistema está lo suficientemente cerca del estado asintóticamente estable, tenderá a caer en él.

$$\dot{y} = y(1 - y)[xu_1^2 - (1 - x)u_D^2] \quad (14)$$

El teorema siguiente describe la dinámica del sistema, la cual muestra cómo evoluciona, en función de las condiciones iniciales, el porcentaje de votantes y abstencionistas.

Teorema 4

Sea y la proporción de votantes y x la proporción de candidatos tipo μ_1 . Las preferencias de los ciudadanos están dadas por (3), la elección es concurrida, los ciudadanos experimentan *feedback* positivo y se satisfacen las condiciones (7), (8), (9) y (10); entonces, para el sistema dinámico del juego de votación descrito por (13) y (14):

1. Los vectores de estrategias puras (μ_1, V) y (μ_D, A) son estados asintóticamente estables.

2. El vector de proporciones (x^*, y^*) es un punto de silla, donde

$$x^* = \frac{c - 2\rho_2\theta_1(B_t - a_{t-1})[u_1(\mu_D, V) - u_1(\mu_D, A)]}{2\rho_2\theta_1(B_t - a_{t-1})[u_1(\mu_1, V) - u_1(\mu_1, A)] + u_1(\mu_D, A) - u_1(\mu_D, V)}$$

$$y^* = \frac{u_1(\mu_D, A) - u_1(\mu_1, A)}{u_1(\mu_1, V) - u_1(\mu_D, V) + u_1(\mu_D, A) - u_1(\mu_1, A)}$$

Demostración

Busquemos los puntos fijos del sistema dinámico. De (13), la proporción de candidatos tipo μ_1 no cambia si $x = 0$, $x = 1$ o si

$$y^* = \frac{u_1(\mu_D, A) - u_1(\mu_1, A)}{u_1(\mu_1, V) - u_1(\mu_D, V) + u_1(\mu_D, A) - u_1(\mu_1, A)}$$

Y de (14), es claro que la proporción de votantes no cambia cuando $y = 0$, $y = 1$, o

$$x^* = \frac{u_D^2}{u_1^2 + u_D^2} \quad (15)$$

Como la elección es concurrencia, la probabilidad de ser el votante pivotal es cero: $\Pr[G|V] - \Pr[G|A] = 0$. Por tanto,

$$u_D^2 = c - 2\rho_2\theta_1(B_t - a_{t-1})[u_1(\mu_D, V) - u_1(\mu_D, A)]$$

$$u_A^2 = 2\rho_2\theta_1(B_t - a_{t-1})[u_1(\mu_P, V) - u_1(\mu_P, A)] - c$$

Reemplazando en (15), llegamos a

$$x^* = \frac{c - 2\rho_2\theta_1(B_t - a_{t-1})[u_1(\mu_D, V) - u_1(\mu_D, A)]}{2\rho_2\theta_1(B_t - a_{t-1})[u_1(\mu_P, V) - u_1(\mu_P, A) + u_1(\mu_D, A) - u_1(\mu_D, V)]} \quad (16)$$

Si $x > x^*$, $\dot{y} > 0$ y si $x < x^*$, $\dot{y} < 0$. Además, si $y > y^*$, $\dot{x} > 0$; mientras que si $y < y^*$, $\dot{x} < 0$. Esto permite concluir que $(0, 0)$ y $(1, 1)$ son estados asintóticamente estables, que corresponden a los equilibrios de Nash en estrategias puras (μ_D, A) e (μ_P, V) . Por su parte, el vector (x^*, y^*) es un punto de silla. La gráfica 4 describe la dinámica del sistema.

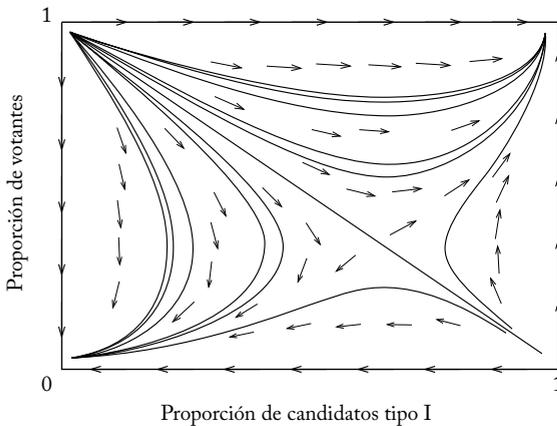
¿Qué se puede concluir de estos resultados? En primer lugar, no sorprende que el equilibrio mixto no sea un equilibrio evolutivo, pues en juegos multipoblacionales los equilibrios en estrategias puras son los únicos candidatos a estados asintóticamente estables. Pero esto no significa que el equilibrio mixto no sea fundamental en el análisis. De hecho, el vector (x^*, y^*) determina el tamaño de las cuencas de atracción de los equilibrios evolutivos (μ_D, A) y (μ_P, V) . La cuenca de atracción de un equilibrio evolutivo es el conjunto de vectores para los cuales la trayectoria del sistema, si está en ellos, tiende a dicho equilibrio. En otras palabras, la dinámica del replicador muestra que dependiendo de las condiciones iniciales del sistema, es decir, de las proporciones originales de tipos de candidatos y ciudadanos, el sistema converge a un equilibrio de abstencionismo o a uno de votación total. Esto no significa que en el corto o mediano plazo todos voten o se abstengan. Antes de llegar a uno de los equilibrios de largo plazo, la sociedad puede estar en desequilibrio. El sistema nos indica hacia dónde transita la sociedad, y cuáles son las fuerzas de largo plazo que condicionan las dinámicas de corto y mediano plazo.

Cuanto más grandes sean x^* e y^* , más pequeña será la cuenca de atracción del equilibrio en el que votan los ciudadanos, (μ_P, V) . Dada una situación inicial, una menor cuenca de atracción implica que es menos factible que el sistema converja a este equilibrio. Y en este caso bidimensional, implica una mayor cuenca del otro. Por eso, la cuenca de atracción del equilibrio en el que los ciudadanos se abstienen

es mayor y, dadas unas condiciones iniciales, es más factible que las fuerzas del sistema presionen al abstencionismo. De (16), es claro que x^* crece cuando aumenta c o cuando disminuyen ρ_2 , θ_1 y $(B_t - a_{t-1})$. Es decir, es menos probable que la dinámica lleve al equilibrio de votación plena cuando aumenta el costo de votar o cuando disminuyen la importancia del sentimiento de reciprocidad, la intencionalidad percibida en los resultados o acciones del candidato, y el *feedback* positivo experimentado por el votante.

Gráfica 4

Diagrama de fase para el juego de la votación



Desde esta perspectiva, las acciones que buscan reducir los costos, como el voto electrónico, la instalación de urnas de votación menos distantes o los incentivos selectivos para estimular el voto, aumentan la cuenca de atracción del equilibrio en el que ciudadanos votan e inducen un aumento de la proporción de votantes. Si $c = C - D$, donde c es el costo neto, C el costo bruto y D el beneficio material o psicológico de votar (Riker y Ordeshook, 1968), los incentivos selectivos el día de elecciones aumentan la participación en el tiempo. Algo similar sucede con el deber cívico o la satisfacción personal que sienten los individuos cuando respaldan la democracia.

De manera análoga, cuando los candidatos en el poder aumentan el gasto público o generan sorpresas inflacionarias antes de elecciones, aumentando el producto y reduciendo el desempleo, aumentan el *feedback* positivo de los ciudadanos $B_t - a_{t-1}$. Al final del mandato se

aceleran las obras públicas, se inauguran colegios y hospitales, y el gobernante saliente se muestra amable y jovial en los medios. Esto también aumenta la cuenca de atracción del equilibrio de votación. Y si se percibe que el mejoramiento de las condiciones de vida, o *feedback* positivo, obedece a las acciones del candidato o del partido del gobierno, aumentan la reciprocidad positiva y la cuenca de atracción de dicho equilibrio. Como vimos, en regímenes presidencialistas el parámetro θ_1 es mayor para los candidatos presidenciales que para los aspirantes a otros cargos. Por eso las elecciones presidenciales tienen mayores niveles de participación.

El papel de la oposición es fundamental. En las campañas políticas suele haber escándalos y debates sobre la honra, la moral y las actuaciones de los candidatos. Un objetivo fundamental de un grupo político que no está en el poder es disminuir el *feedback* positivo que experimentan los ciudadanos hacia el grupo que está en el poder. En nuestro modelo, estas prácticas tienden a reducir el término $B_t - a_{t-1}$ de un candidato en el poder, lo que incrementa x^* y reduce la cuenca de atracción del equilibrio de votantes. Cuando Alan García aspiró a un segundo mandato, le recordaron continuamente los episodios de hiperinflación de su primer mandato, y a Álvaro Uribe, sus presuntos vínculos con grupos ilegales. Se podrían citar muchos otros ejemplos. Basta analizar un debate televisado entre candidatos.

¿Qué pasa si hay *feedback* negativo? En ese caso $x^* < 0$ y el vector de proporciones (x^*, y^*) pierde validez intuitiva. Es posible entonces mostrar que el único equilibrio evolutivo es (μ_D, A) . Los ciudadanos se abstienen de votar por los candidatos que empeoraron sus condiciones de vida. Esto no quiere decir que en el corto y el mediano plazo no se vote, sólo significa que la dinámica de largo plazo presiona a que se vote cada vez menos por desencanto con los gobiernos. El *feedback* negativo implica escepticismo, y éste implica abstención.

CONCLUSIONES

Estudios recientes sobre el comportamiento electoral sugieren que la percepción ciudadana acerca de los candidatos es fundamental para entender las decisiones de voto. Hoskin et al. (2005) afirman:

Las variables sociodemográficas, las percepciones del contexto económico, la identificación partidista y la ideología de los votantes no son variables clave para explicar su decisión electoral. En contraste, la percepción que se tiene de los candidatos y la importancia de los temas del debate electoral son fundamentales. Son factores en los que se refleja el papel de los medios de comunicación y las técnicas modernas utilizadas en las campañas.

Al parecer, en otras épocas, el ingreso, el nivel de educación, la raza o el género ayudaban a entender porqué algunos ciudadanos votaban y otros no. La filiación partidista explicaba por quién se votaba. Pero estudios como el de Hoskin et al., basado en las elecciones presidenciales de 2002 en Colombia, sugieren que los votantes ya no son prisioneros de variables sociodemográficas, sino que sus decisiones de voto obedecen a su percepción de los candidatos. Estos hallazgos refuerzan la hipótesis de este artículo. En un entorno en el que la percepción de los candidatos explica porqué y por quién se vota, sentimientos morales como la reciprocidad fuerte adquieren mayor importancia.

En el estudio de la conducta del votante, la “escuela sociológica” de ciencia política (Berelson et al., 1954) subraya la importancia de variables demográficas, económicas, sociales y culturales: el proceso de socialización en la familia y el entorno, la edad, la raza, el género o el nivel de ingreso condicionan fuertemente el comportamiento electoral. El modelo evolutivo que se presentó en este artículo se apoya en estos planteamientos. Los rasgos sociodemográficos corresponden al “tipo” de cada individuo. Pero la evolución de cada tipo depende de la percepción de los candidatos, el sentimiento de reciprocidad, el desempeño de los gobiernos, los costos de votar, los incentivos selectivos y el beneficio de ir a las urnas.

No obstante, los hallazgos recientes refuerzan la creencia de que los factores de entorno son cada vez menos determinantes y que la elección de los votantes es cada vez más racional. ¿Qué entendemos por racionalidad? Que los individuos sean racionales no implica necesariamente que sus preferencias sean egoístas. Hemos discutido a fondo el papel de las preferencias sociales en el comportamiento de los votantes. Ese es un primer aporte. En segundo lugar, y no menos importante, que los ciudadanos tomen decisiones racionales no implica que tengan gran capacidad cognitiva, como se suele suponer. Suponer votantes que maximizan la utilidad esperada²⁵ o minimizan el máximo arrepentimiento (Riker y Ordeshook, 1968) exige mucho a los agentes. Tal vez por eso algunas predicciones no son satisfactorias. El enfoque evolutivo que aquí se propone es útil porque da cuenta de los complejos fenómenos de aprendizaje que llevan a que los individuos adapten su comportamiento. Por eso es imperativo ir

²⁵ Como hacen Downs (1957), Tullock (1968), Ferejohn y Fiorina (1974), Palfrey y Rosenthal (1983 y 1985) y Medina (2006).

más allá de la dinámica de largo plazo que describen las ecuaciones de réplica, para descubrir las dinámicas de corto y mediano plazo implícitas en estos procesos políticos.

En su estudio sobre el comportamiento electoral en elecciones presidenciales en Colombia, entre 1974 y 2002, Losada et al. (2004) analizan los porcentajes de participación y de abstención. Con respecto a la población en edad de votar, la participación promedio fue del 46,6% entre 1974 y 1990, y del 37,4% entre 1994 y 2002. ¿Qué explica este aumento de la abstención? La crisis de los partidos tradicionales, la infiltración de dineros del narcotráfico en la política y los escándalos de corrupción generaron un *feedback* negativo en los ciudadanos. Si el voto de opinión se hizo más influyente, lo que acentúa la incidencia del sentimiento de reciprocidad fuerte en la decisión de voto, y si la imagen de los políticos fue desfavorable debido a los hechos mencionados, no sorprende que la participación haya disminuido.

El estudio también muestra que en las elecciones legislativas los porcentajes de participación fueron menores que en las elecciones presidenciales, como predice el modelo. Un hecho interesante de las elecciones de 2002 es el de los porcentajes de participación por región y municipio. Los municipios en los que la guerrilla de las FARC tiene influencia, en especial en el suroriente del país, tuvieron altos índices de abstención. En cambio, los municipios con influencia paramilitar tuvieron altas tasas de participación. Estos resultados indican que los grupos ilegales tienen una influencia no despreciable en la decisión de voto. En algunas regiones, los ciudadanos quizá son obligados a votar por un candidato particular, y en otras se les prohíbe votar. Esto altera el análisis pues modifica los incentivos para votar o abstenerse. Cuando un grupo armado prohíbe votar, el costo C del modelo se incrementa y de nada sirven los sentimientos de reciprocidad para compensar esto. Y si un grupo armado promueve el voto por un candidato, D aumenta e incrementa la participación. Para analizar casos como el colombiano es conveniente formalizar de manera más explícita el papel de los grupos ilegales en la decisión de voto.

Los colombianos de comienzos y mediados del siglo XX votaban o no según su filiación partidista y sus rasgos sociodemográficos. El voto era un hábito. A medida que terminaba el siglo, la proporción de votantes independientes aumentó, la filiación tradicional disminuyó y el papel de las ideologías y las características innatas de los ciudadanos se atenuó. El voto de opinión se tornó más importante. Pero en el sistema político colombiano, en donde las redes de clientela y

los grupos armados tienen gran poder, es ingenuo explicar el acto de votar con la lógica del *homo economicus*. El desafío es ir más allá.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Aldrich, J. "Rational Choice and Turnout", *American Journal of Political Science* 37, 1993, pp. 246-278.
2. Bendor, J.; S. Kumar y D. Siegel. "Adaptively Rational Retrospective Voting", mimeo, 2006.
3. Berelson, B.; P. Lazarsfeld y W. McPhee. *Voting*, Chicago, Chicago University Press, 1954.
4. Bewley, T. "Fairness, Reciprocity, and Wage Rigidity", Gintis et al., eds., *Moral Sentiments and Material Interest*, Cambridge, MIT Press, 2006.
5. Binmore, K. y L. Samuelson. "Muddling Through: Noisy Equilibrium Selection", *Journal of Economic Theory* 74, 1997, pp. 235-266.
6. Borgers, T. y R. Sarin. "Learning through Reinforcement and Replicator Dynamics", *Journal of Economic Theory* 77, 1997, pp. 1-14.
7. Bowles, S. *Microeconomic: Behavior, Institutions and Evolution*, Princeton, Princeton University Press, 2003.
8. Cabrales, A. "Stochastic Replicator Dynamics", *International Economics Review* 41, 2000, pp. 451-481.
9. Camerer, C. y R. Thaler. "Ultimatums, Dictators and Manners", *Journal of Economic Perspectives* 9, 1995, pp. 209-219.
10. Chamberlain, G. y M. Rothchild. "A Note on the Probability of Casting a Decisive Vote", *Journal of Economic Theory* 25, 1981, pp. 152-162.
11. Charness, G. y M. Rabin. "Understanding Social Preferences with Simple Tests", *Quarterly Journal of Economics* 117, 2002, pp. 817-869.
12. Downs, A. *An Economic Theory of Democracy*, New York, Harper & Row, 1957.
13. Dufwenberg, M. y G. Kirchsteiger. "A Theory of Sequential Reciprocity", *Games and Economic Behavior* 47, 2004, pp. 268-298.
14. Edlin, A.; A. Gelman y N. Kaplan. "Voting as a Rational Choice: Why and How People Vote to Improve the Well-being of Others", *Working Paper* 208, Berkeley Program in Law & Economics, 2005.
15. Falk, A. y U. Fischbacher. "Modeling Strong Reciprocity", Gintis et al., eds., *Moral Sentiments and Material Interest*, Cambridge, MIT Press, 2006a.
16. Falk, A. y U. Fischbacher. "A Theory of Reciprocity", *Games and Economic Behavior* 54, 2006b, pp. 293-315.
17. Fehr, E. y A. Falk. "Wage Rigidities in a Competitive, Incomplete Contract Market", *Journal of Political Economy* 107, 1999, pp. 106-134.
18. Fehr, E. y K. Schmidt. "A Theory of Fairness, Competition and Cooperation", *Quarterly Journal of Economics* 114, 1999, pp. 817-868.
19. Ferejohn, J. y M. Fiorina. "The Paradox of Not Voting: A Decision Theoretic Analysis", *American Political Science Review* 68, 1974, pp. 525-536.
20. Fong, C.; S. Bowles y H. Gintis. "Reciprocity and the Welfare State", Gintis et al., eds., *Moral Sentiments and Material Interest*, Cambridge, MIT Press, 2006.

21. Gale, J.; K. Binmore y L. Samuelson. "Learning To Be Imperfect", *Games and Economics Behavior* 8, 1995, pp. 56-90.
22. Geanakoplos, J.; D. Pearce y E. Stacchetti. "Psychological Games and Sequential Rationality", *Games and Economics Behavior* 1, 1989, pp. 60-79.
23. Gintis, H. *Game Theory Evolving*, Princeton, Princeton University Press, 2000.
24. Gintis, H.; S. Bowles; R. Boyd y E. Ferh. *Moral Sentiments and Material Interest*, Cambridge, MIT Press, 2006.
25. Good, I. y L. Mayer. "Estimating the Efficacy of a Vote", *Behavioral Science* 20, 1957, pp. 25-33.
26. Guth, W. y R. Tiestz. "Ultimatum Bargaining Behavior: A Survey and Comparison of Experimental Results", *Journal of Economic Psychology* 11, 1990, pp. 417-449.
27. Harsanyi, J. y R. Selten. *A General Theory of Equilibrium Selection*, Cambridge, MIT Press, 1988.
28. Henrich, J.; R. Boyd; S. Bowles; C. Camerer; E. Fehr y H. Gintis. *Foundations of Human Sociality: Ethnography and Experiments in Fifteen Small-scale Societies*, Oxford, Oxford University Press, 2004.
29. Hoskin, G.; R. Masías y M. Galvis. "Modelos de decisión electoral y perfiles de votante en Colombia: elecciones presidenciales 2002", *Análisis Político* 55, 2005.
30. Ledyard, J. "The Pure Theory of Two-candidate Elections", *Public Choice* 44, 1984, pp. 7-41.
31. Levine, D. "Modeling Altruism and Spitefulness in Experiments", *Review of Economic Dynamics* 1, 1998, pp. 593-622.
32. Losada, R.; F. Giraldo y P. Muñoz. *Atlas sobre las elecciones presidenciales en Colombia. 1974-2002*, Bogotá, Pontificia Universidad Javeriana, 2004.
33. Luce, D. y H. Raiffa. *Games and Decision: Introduction and Critical Survey*, New York, John Wiley & Sons, 1957.
34. Medina, L. F. "Formalizing Common Sense in the Theory of Collective Action", University of Virginia, mimeo, 2006.
35. Monsalve, S. y J. Arévalo. *Un curso de teoría de juegos clásica*, Bogotá, Universidad Externado de Colombia, 2005.
36. Palfrey, T. y H. Rosenthal. "A Strategic Calculus of Voting", *Public Choice* 41, 1983, pp. 7-53.
37. Palfrey, T. y H. Rosenthal. "Voter Participation and Strategic Uncertainty", *American Political Science Review* 79, 1985, pp. 62-78.
38. Rabin, M. "Incorporating Fairness into Game Theory and Economics", *American Economic Review* 83, 1993, pp. 1281-1302.
39. Riker, A. y P. Ordeshook. "A Theory of the Calculus of Voting", *American Political Science Review* 62, 1968, pp. 25-42.
40. Roth, A.; V. Prasnikar; M. Okuno-Fujiwara y S. Zamir. "Bargaining and Market Behavior in Jerusalem, Ljubljana, Pittsburg, and Tokyo: An Experimental Study", *American Economic Review* 81, 1991, pp. 1068-1095.
41. Scharm, A. y F. van Winden. "Why People Vote: Free Riding and the Production and Consumption of Social Pressure", *Journal of Economic Psychology* 12, 1991, pp. 575-620.

42. Selten, R. "Reexamination of the Perfectness Concept for Equilibrium Points in Extensive Games", *International Journal of Game Theory* 4, 1975, pp. 25-55.
43. Shapley, L. "A Value for n-Person Games", *Annals for Mathematics Study* 28, 1953, pp. 307-317.
44. Smith, J. M. *Evolution and the Theory of Games*, Cambridge, Cambridge University Press, 1982.
45. Taylor, P. y L. Jonker. "Evolutionary Stable Strategies and Game Dynamics", *Mathematical Biosciences* 40, 1978, pp. 145-156.
46. Tullock, G. *Toward a Mathematics of Politics*, Ann Arbor, University of Michigan Press, 1968.
47. Weibull, J. *Evolutionary Game Theory*, Cambridge, MIT Press, 1995.
48. Young, H. "The Evolution of Conventions", *Econometrica* 61, 1993, pp. 57-84.
49. Young, H. *Individual Strategy and Social Structure: An Evolutionary Theory of Institutions*, Princeton, Princeton University Press, 1998.