"Crashes" de mercado. Una aproximación desde el estudio de sistemas complejos y microsimulación

Javier Sandoval Archila*

Docente investigador
Universidad Externado de Colombia.
Magíster en finanzas.
Estudios de doctorado en ciencias de la computación,
Universidad Nacional de Colombia.
Observatorio de Economía y Operaciones Numéricas
javier.sandoval@uexternado.edu.co

Introducción

Actualmente no existe una definición unificada para el concepto de sistema complejo. Por lo tanto, la caracterización de un sistema como "complejo" se aborda desde el punto de vista de los elementos que debería tener. Así, éstas características se convierten en generalidades que sobresalen sobre el área de estudio particular al cual pertenezca el sistema referenciado.

El primer elemento clave es la presencia de múltiples unidades, partes o agentes. Un sistema complejo está conformado por una cantidad de partes significativa sin necesidad de establecer un límite mínimo o máximo determinado. Además, no es necesario que los agentes sean homogéneos. Por lo tanto, la heterogeneidad surge como una característica natural del sistema.

El segundo elemento clave es la organización en estructuras de redes de las anteriores partes y la presencia de dinámicas de interacción no-lineales. Así, en palabras de Simon (1981), estos dos elementos llevan a que el todo sea más que la suma de las partes. En otras palabras, a pesar de que se tenga un amplio conocimiento de las propiedades de los individuos y las leyes de interacción entre ellos, las propiedades macroscópicas del sistema no son fácilmente derivables.

De esta forma, el mercado financiero es un candidato ideal para encajar en la descripción propuesta. Los participantes de un mercado financiero son agentes provistos de un estado particular, constituido por una posición determinada en activos financieros, unas creencias futuras conectadas a la cantidad de información que poseen y unas preferencias particulares en términos de riesgo. Estos agentes interactúan con una lógica económica de maximizar su bienestar o utilidad dentro de un contexto de interconexiones sofisticado.

Si se acepta la hipótesis de complejidad, las características del mercado financiero deben ser abordadas utilizando metodologías propias, aplicadas para estudiar las propiedades emergentes de los sistemas complejos. Una de estas metodologías utilizada es la microsimulación, la extracción de características macroscópicas a partir del estudio y simulación de las relaciones microscópicas entre agentes. La microsimulación (MS) ha sido ampliamente utilizada para estudiar el mercado financiero y las propiedades estilizadas universalmente observadas. Estas últimas son, distribuciones de probabilidad en retornos que se alejan de una distribución gaussiana y presencia de clusters de volatilidad (para un mayor desarrollo de los anteriores hechos estilizados en el mercado financiero ver Campbell et ál. (1997)). Por ejemplo, Bak et ál. (1997) desarolló un modelo que representaba un mercado accionario conformado por traders que seguían estrategias de valor fundamental y otros que seguían estrategias de análisis técnico. Este modelo presenta como propiedades emergentes un mercado que da espacio para los dos hechos estilizados mencionados anteriormente. A esta familia de modelos también pertenece el desarrollado por Lux and Marchesi (1997).

Otro modelo interesante de MS es el desarrollado por Cont and Bouchaud (2000). Este modelo presenta, a diferencia de los anteriores trabajos, un mercado financiero constituido por traders homogéneos que incorporan el efecto manada dentro de sus decisiones. Una de las conclusiones importantes del estudio es la presencia de criticalidad conectada al grado de alineación de las decisiones de los agentes. Sin embargo, este último, no da evidencia de clusters de volatilidad en el comportamiento de los retornos del activo financiero transado.

En este contexto, este documento implementará un modelo de microsimulación de un mercado nanciero enfocándose en el marco de referencia desarrollado por Bartolozzi and Thomas (2004) a través de autómatas celulares. El modelo, contará con múltiples agentes interconectados que toman decisiones de inversión sobre un activo financiero particular. Al igual que en Bartolozzi and Thomas (2004), los agentes estarán organizados en redes de individuos donde estos últimos, intercambiarán información y creencias sobre el futuro del precio del activo financiero en cuestión. La formación de los grupos de influencia será modelada mediante percoliación dirigida, la misma metodología utilizada para modelar el comportamiento de los incendios en los bosques (Ver, por ejemplo, Stauffer (1985)). Las decisiones de inversión del grupo de influencia serán actualizadas coordinadamente en cada instante del tiempo, utilizando una metodología análoga a la magnetización en un modelo Ising con interacciones entre partes sin presencia de fuerzas magnéticas externas. Esta analogía será explicada en la Sección 2.

Sin embargo, a diferencia de Bartolozzi and Thomas (2004), este documento se concentrará en desarrollar una intuición financiera del modelo y un análisis comparativo, para encontrar las caracteráticas del sistema que llevan a la existencia y origen de eventos macroscópicos identificados como «crashes» de mercado. Un «crash» de mercado, será entendido como una desviación negativa sorpresiva y significativa en los precios de los activos debido a razones no imputables a cambios exógenos del sistema. Por lo tanto, lo que se busca es conectar la observación macroscópica con los elementos desencadenantes a nivel micro.

El documento está organizado de la siguiente manera. La primera sección presenta el modelo de autómatas celulares y explica la regla de actualización de la grilla. La segunda sección presen-

ta el mecanismo de toma de decisiones de los agentes. La tercera sección presenta los resultados de la simulación del modelo. La cuarta sección expone las conclusiones.

1. Modelo de autómatas celulares

El mercado financiero artificial estudiado estará representado por:

- Una grilla en dos dimensiones que cuenta con 64 × 256 celdas que evolucionan en el tiempo.
- Cada una de estas celdas representa un trader participante del mercado en cuestión.
- La vecindad de cada trader estará contituido por los agentes que comparten un lado en común; arriba, abajo, izquierda y derecha. Para conservar la homogeneidad de la vecidad de los traders, se asumirá una grilla cerrada donde la vecindad de los agentes en los extremos incluye los agentes del lado opuesto.
- El i– ésimo trader en el momento del tiempo t, podrá tomar una de tres decisiones posibles que representarán cada una de las actitudes que este último pueda tener hacia el mercado. El agente podrá, en un momento del tiempo t estar inactivo, $\sigma_i(t) = 0$. Al

mismo tiempo, el mismo agente podrá también tener una postura compradora, $\sigma_i(t) = 1$ o vendedora, $\sigma_i(t) = -1$. Todos los agentes no estarán sujetos a restricciones presupuestales ni de liquidez para la toma de sus decisiones.

Las reglas de actualización e influencia de los traders en la grilla estarán dirigidas a enfocarse en tres características particulares que pueden tener los inversionistas.

La primera característica de los agentes es la activación espontánea, la cual lleva a un inversionista, previamente inactivo, en t-1, rodeado solo por agentes inactivos, a participar en el mercado al momento t. La activación espontánea se dará de forma independiente entre agentes con probabilidad constante, p_e . Esta regla captura la participación de inversionistas aislados en el mercado.

La segunda característica se centra en la capacidad de los agentes activos para influenciar a los agentes inactivos de su vecindad a participar en el mercado en el siguiente momento del tiempo. De esta forma, se captura dentro del modelo la influencia que cada agente particular tiene sobre el grupo más cercano de agentes para motivarlos a activarse dado un estado inicial de inactividad. En este contexto, p_h será la probabilidad de que $\sigma_i(t) = 0 \rightarrow \sigma_i(t+1) = \pm 1$ dado que el i-ésimo agente tiene alguno de sus

vecinos activos. La activación de agentes se presenta de manera independiente en la grilla. La figura 1 muestra la estructura de influencia de activación para el caso de dos vecinos activos donde la probabilidad de activarse del trader es igual a $p_h[1+(1-p_h)]$ (Véanse las figuras al final de este artículo).

La tercera característica es la capacidad de un agente inactivo para influenciar a los agentes activos de su vecindad a desactivarse y no participar del mercado en el siguiente instante de tiempo. p_d será la probabilidad de que un agente activo se desactive para el próximo instante de tiempo $(\sigma_i(t)=\pm 1 \rightarrow \sigma_i(t+1)=0)$ si tiene al menos un agente inactivo. En la grilla, cada desactivación es independiente entre sí. La probabilidad de desactivación del trader en cuestión debe ser entendido análoga a la segunda característica enunciada

Por último, agentes activos con una vecindad constituida por agentes activos, tendrán un estado activo al siguiente momento del tiempo. De esta forma, los agentes más débiles serán los ubicados en la frontera de cada cluster de inversionistas.

Los parámetros p_e , p_h y p_d gobernarán en la grilla la cantidad de agentes activos para un instante de tiempo particular. Además, controlarán también la formación de clusters de agentes inversionistas que tendrán el propósito de

intercambiar información acerca de las creencias futuras del activo y, por ende, de sus acciones.

Algunos elementos universales que se desean incorporar en el modelo son: ningún inversionista cuenta con toda la información disponible. Todo inversionista estará limitado a conocer lo que se ha revelado para su cluster de información. Por lo tanto, no se desea una parametrización del modelo que dé origen a un único gran grupo de inversionistas que tengan acceso a toda la información disponible en el sistema. Se promoverá la formación de clusters de inversionistas con un tamaño máximo que gire alrededor de 1,400 agentes o un 8,5% del total de los agentes en la grilla. De esta forma, también se evitará la proliferación en el mercado de pequeños clusters donde la información esté altamente difuminada.

Adicionalmente, se desea que los clusters generados en el tiempo, tengan algún grado de continuidad, evitando los grupos de información que se originan y desaparecen rápidamente. Así, bajo estos criterios se ha calibrado el modelo con $p_e = 0,0001, p_d = 0,05$ y $p_h = 0,0493^1$, parámetros homogéneos para todos los agentes y a través del tiempo. Un valor más alto de los parámetros crearía inestabilidad en la grilla y los clusters que se formarían serían altamente volátiles. Además, co-

¹Esta es la misma configuración que se sigue en Bartolozzi and Thomas (2004).

mo lo muestra la Figura 2, una diferencia más alta entre p_d y p_h llevaría rapidamente a la grilla a un estado de desequilibrio que desencadenaría un sistema totalmente poblado o despoblado.

Hay que tener en cuenta que dado p_d , pequeñas alteraciones de p_h llevan a la modificación del número de agentes activos en la grilla. Entre más pequeño sea p_h , menos agentes activos habrá en la grilla y más pequeños serán los clusters que en promedio se formen en el sistema. La Figura 4 muestra una típica configuración de la grilla después de 13 mil simulaciones. La Figura 3 muestra la evolución del número de agentes para tres diferentes configuraciones del parámetro p_h .

2. Mecanismo de toma de decisiones de los agentes

Uno de los elementos importantes para incorporar en la representación del mercado financiero, es la importancia que los agentes otorgan a las decisiones tomadas por los miembros de su mismo grupo de información. Esta particularidad de mercado da origen a un comportamiento tipo manada donde se desarrolla una coordinación nodirigida. Actualmente, existen varios trabajos que documentan estos hallazgos a nivel empírico. Algunos de ellos son, Welch (1996), Scharfstein (1990)

y Grinblatt et ál. (1995), los cuales brindan evidencia de coordinación y efecto manada en los administradores de fondos y las predicciones de los analistas financieros. Una de las explicaciones dadas para el efecto manada es la tendencia de los inversionistas a mimetizarse (Ver, por ejemplo, Topol (1991)), básicamente, debido a una presión de grupo que aparece bajo el criterio de "medición de desempeño". Por esta razón, la mimetización o efecto manada, será incorporado al modelo siguiendo una analogía de la influencia del cluster al que pertenece el agente, con la influencia que tiene un medio magnetizado sobre una localización particular del mismo.

La probabilidad de que un agente activo adopte una postura particular frente al mercado al siguiente instante de tiempo (compra, $p(t + 1) = p(\sigma_i(t + 1) = + 1)$, y venta, $1 - p(t + 1) = p(\sigma_i(t + 1) = -1)$) estará dada por la ecuación,

$$p(t+1) = \frac{1}{1 + \exp(-2H_i^k(t))}, \quad (1)$$

donde $H_i^k(t)$ representa la fuerza promedio del campo de atracción del grupo de influencia del agente i perteneciente al cluster k (utilizando la terminología física). La ecuación 1 conecta las decisiones de los individuos en el instante t+1 con la fuerza de atracción promedio del campo informacional. Todos los individuos de un cluster actualizarán sus

probabilidades concernientes a la posición que tomarán dependiendo de la fuerza del campo. Para valores muy negativos del campo, los agentes tenderán a tomar posiciones de venta sincronizadas y viceversa. Ver Figura 5.

El valor de $H_i^k(t)$ estará dado por,

$$H_i^k(t) = \frac{1}{N^k(t)} \sum_{i=1}^{N^k(t)} A_{i,j}^k \sigma_j^k(t), \qquad (2)$$

donde $N^k(t)$ será el número de agentes pertenecientes a un cluster particular k y $A_{i,i}^k$ representa la fuerza de interacción entre los diferentes miembros del cluster. Este último parámetro captura la proporción en la cual los diferentes agentes tienden a ponderar las decisiones de los demás, para tomar sus propias decisiones de compra o venta. Un signo positivo significará una atracción del agente i-ésimo hacia el tipo de posición del agente j-ésimo y viceversa. Con el objetivo de mantener el modelo simple, $A_{i,j}^k(t)$ será de la forma, $A_{i,j}^k(t) = A\xi^k(t) + a\eta_{i,j}(t) \operatorname{con} \xi^k(t) y$ $\eta_{i,j}(t)$ distribuidas uniformemente en el intervalo [-1,1].

Al igual que en Bartolozzi and Thomas (2004) el parámetro A será calibrado en un rango entre 1,5 y 2,5 mientras que, a=2A. Una razón para estar en este rango es que valores cercanos de A a cero serían propios de un mercado en el cual no existe una influencia de los agentes entre sí dado el cluster particular al que pertenecen. El sentido de

pertenecer a un cluster de información se pierde. Y, por el otro lado, para valores por encima de 2,5 la influencia es tan alta que el cluster comienza a comportarse como un único individuo.

Una vez se tiene la regla de actualización de posiciones, es necesario convertir los movimientos en la oferta y demanda del activo financiero en un retorno.

Para lograr este objetivo, se asumirá que el impacto de los desajustes oferta-demanda está linealmente relacionado con el movimiento en los precios. Por lo tanto, se tendrá que,

$$r(t) \propto \psi \sum_{k=1}^{K(t)} \sum_{l=1}^{N^{k}(t)} N^{k}(t) \sigma_{i}^{k}(t),$$
 (3)

donde ψ es la constante de liquidez como se define en Cont and Bouchaud (2000) y Kempf and Korn (1997). La cantidad de exceso de demanda necesaria para mover el precio en una unidad. K(t) es el número de clusters en el momento del tiempo t. Se debe tener en cuenta es que la demanda de los agentes será ponderada por el tamaño del cluster al que pertenece. Por lo tanto, clusters más grandes serán considerados con mayor poder transaccional.

3. Resultados del modelo

Siguiendo la reglas y parámetros definidos en las secciones 1 y 2, el modelo de autómatas es simulado por 18,000 períodos y los retornos se han registrado a partir del momento 5,000. De esta forma, se le permitió a la grilla estabilizarse en términos de número de agentes activos por período, dado que fue originalmente iniciada con unos pocos agentes ubicados al azar. Los resultados obtenidos en términos de la serie de retornos estandarizada por su media y desviación estándar no condicional se presentan en la Figura 6.

La primera observación que se puede realizar es que los retornos generados por la grilla de agentes tienen períodos de alta y baja volatilidad. Los retornos estandarizados dan evidencia de clusters de volatilidad. Esta evidencia es confirmada cuando se estudia la función de autocorrelación de la serie. Como lo muestra la Figura 7, a nivel de retornos, las autocorrelaciones son casi inexistentes. Sin embargo, al observar la función de autocorrelaciones de los retornos estandarizados cuadráticos. es evidente que existen autocorrelaciones significativas y persistentes. Así, se confirma que el modelo de agentes organizados por grupos de influencia, genera clusters de volatilidad. El modelo de autómatas reproduce uno de los hechos estilizados de los retornos de activos financieros.

Por otro lado, la Figura 8 muestra el histograma y gráfico cuantil-cuantil de los retornos estandarizados. Observando el histograma de retornos, se evidencia que la mejor distribución normal ajustada a los datos (línea sólida) se distancia significativamente de la distribucion histórica. Esta última presenta observaciones extremas con mayor probabilidad que lo que dictaría la distribución normal. Esto significa que «crashes» de mercado, entendidos como movimientos negativos extremos, son observados en la distribución histórica, pero no son capturados por la distribución normal.

Dado que la grilla de autómatas presentada puede capturar los hechos estilizados básicos de un mercado financiero, es necesario conectar las propiedades emergentes del mercado artificial con las características microscópicas que generan los movimientos extremos y el cambio de régimen en volatilidad.

La Figura 9 muestra la típica configuración de la grilla durante una fuerte caída del mercado. Nótese que el retorno negativo extremo observado a nivel macro, está acompañado de una orientación hacia la venta de uno de los clusters dominantes. Esto significa que la caída significativa en el precio (retorno negativo extremo) no necesita de una coordinación general de mercado, sino solamente de una parte dominante de él. Esta conexión es persistentemente observada junto a las caídas extremas. Hay que recordar que no existe una fuerza externa al mercado que facilite la coordinacion de agentes. Únicamente la fuerza de cohesión del grupo es la causante del efecto manada. Así, un mercado que permite la configuración de clusters dominantes de inversionistas, se expone a fuertes movimientos en el precio no originados en fuerzas externas.

Para contrastar la anterior conclusión, se simulará la grilla de autómatas con un set de parámetros que evite la formación de clusters dominantes y se estudiarán las propiedades emergentes de este nuevo mercado. Los cambios serán, $p_h = 0.0293$ y $p_e = 0.03$. Así, los inversionistas tendrán una barrera (por ejemplo, regulatoria) para conformar clusters dominantes. Sin embargo, el nuevo mercado tendrá la misma caracterización en términos de toma de decisiones de los agentes. Estos cambios propuestos no afectan el sentimiento natural humano de mimetizarse en su grupo de influencia, sino por el contrario, el tamaño que éstos grupos pueden alcanzar.

Utilizando estos nuevos parámetros, el modelo es simulado, al igual que antes, durante 18,000 instantes de tiempo guardándose los retornos desde el instante 5,000. El tamaño de cluster máximo promedio gira alrededor de 30 agentes. Por lo tanto, se ha reducido considerablemente la capacidad de los agentes para organizarse en clusters. La Figura 10 muestra los retornos generados por la grilla de agentes. Claramente, se puede observar que al no permitirse la formación de clusters dominantes,

este nuevo mercado genera retornos homogéneos y libres de «crashes». Estos retornos simulados, ajustan bien a una distribución gaussiana. Como se observa en la Figura 11, el histograma de retornos no presenta observaciones con desviaciones significativas de la distribución normal.

4. Conclusiones

Siguiendo a Bartolozzi and Thomas (2004), este documento ha planteado un mercado financiero artificial que cuenta con un mecanismo de activación de agentes que permite la formación de clusters de inversionistas. Este mecanismo de conexión fue inspirado en la percoliación dirigida. Dentro de los clusters, los individuos fueron inducidos a referenciar sus decisiones de inversión dada la fuerza del grupo. De esta forma, se incluyó dentro del modelo la mimetización empirírica que algunos autores han encontrado en estudios de agentes reales.

Este mercado permitió la definición de períodos de tiempo de alta y baja volatilidad, organizada en clusters y, al mismo tiempo, mostró evidencia de movimientos extremos que produjeron un distanciamiento de la distribución histórica de los retornos de la distribución normal. Estas condiciones emergentes del sistema se presentaron aun sin la presencia de elementos exógenos que justificaran estas características.

Una vez los clusters dominantes fueron retirados, los retornos generados por el sistema se ajustaron mejor a una distribución normal y no presentaron eventos extremos. Por lo tanto, se evidencia una conexión entre la presencia de clusters dominantes en el mercado y la presencia de fuertes movimientos de mercado de caracter endógeno. Específicamente, estos movimientos, fueron conectados a una coordinación emergente de los inversionistas en los clusters dominantes.

Así, este documento brinda evidencia sobre un posible origen endógeno de los «crashes» de mercado. Un origen no coordinado y propio de un sistema financiero que cuente con agentes que se mimetizan con otros agentes dentro de clusters de inversionistas dominantes.

Bibliografía

- Bak, P., Paczuksky, M., and Shubik, M. (1997). "*Physica*". A 246, 430.
- Bartolozzi, M. and Thomas, W. (2004). "Stochastic cellular automata model for stock market dynamics", *Physics Review*.
- Campbell, J., McKinlay, C., and Lo, A. (1997). "The econometrics of financial markets". Princeton University Press.
- Cont, R. and Bouchaud, J. P. (2000). "Herd behavior and aggregate fluctua-

- tions in financial markets", *Macroecon. Dyn.*, 4(170).
- Grinblatt, M., Titman, S., and Wermers, R. (1995). "Momentum investment strategies, portfolio performance and herding: a study of mutual fund behavior". *American Economic Review*, 5(85): 1088–1104.
- Kempf, A. and Korn, O. (1997). "Market depth and order size". *Lehrstuhlfur Finanzierung Working Paper*, (97-05).
- Lux, T. and Marchesi, M. (1997). "*Nature*", 397, 498.
- Qiu, G. and Kandhay, D. (2007). "Understanding the complex dynamics of stock markets through cellular automata", *Physical Review Series E*, 75(4).
- Rickles, D. (2008). "Handbook of the Philosophy of Science,vol. 10: Philosophy of Complex Systems", vol. 10, chapter 10, J. Collier and C. Hooker.
- Scharfstein, S. (1990). "Herd behavior and investment". *American Economic Review*, (8): 465–479.
- Simon, H. (1981). "The Sciences of the Artificial". MIT Press, 2 edition.
- Stauffer, D. (1985). "Introduction to Percolation Theory". Taylor and Francis, London.

Topol, R. (1991). "Bubbles and volatility of stock prices: efect of mimetic contagion". *Economic Journal*, (101): 768–800.

Trueman, B. (1994). "Analysts forecasts

and herding behavior", Review of financial studies, 7(1).

Welch, I. (1996). "Herding among security analysts", *UCLA Working Paper*, 8(96).

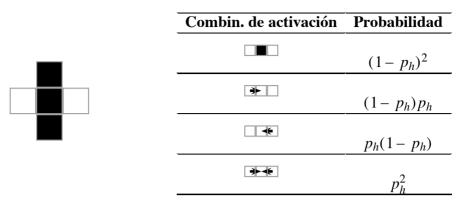


Figura 1: Interpretación de la segunda regla, activación de un trader dados dos vecinos activos. Izquierda: diagrama del agente y su vecindad. Las celdas oscuras simulan agentes desactivados. Derecha: Tabla de probabilidades de combinaciones de activación.

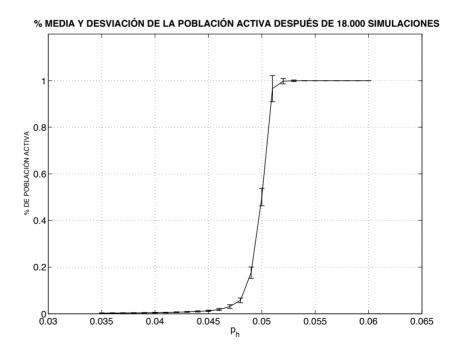


Figura 2: Zona de estabilidad de parámetros en la grilla para $p_d = 0.05$ y $p_e = 0.0001$.

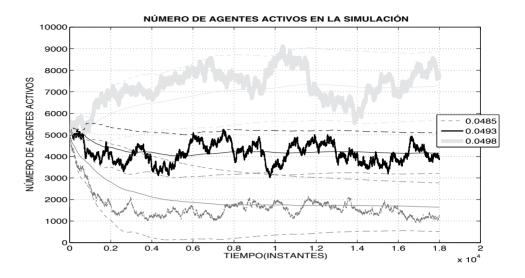


Figura 3: Número de agentes en función del parámetro p_h calibrado. La línea media representa la media no condicional de la cantidad de agentes en la grilla. Las líneas punteadas representan un intervalo correspondiente a dos desviaciones estándar.

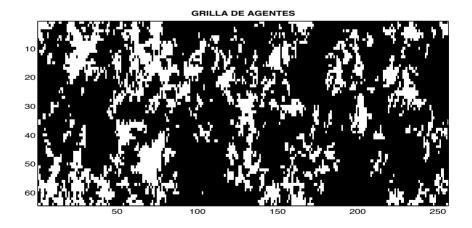


Figura 4: Típica configuración de la grilla después de 13 mil simulaciones con parámetros $p_d = 0.05$, $p_e = 0.0001$ y $p_h = 0.0493$. Las celdas blancas son celdas activas para un momento particular.

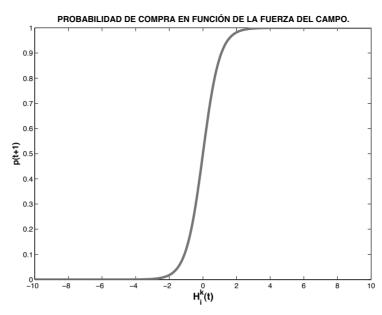


Figura 5: Probabilidad de compra en función de la fuerza promedio del campo de influencia.

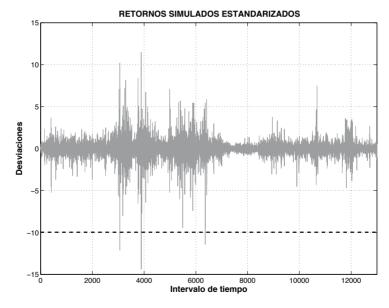


Figura 6: Retornos estandarizados por media y desviación estándar no condicional para 13.000 intervalos de tiempo. $p_h = 0.0493$, $p_e = 0.0001$. La línea punteada representa retornos por debajo de 10 desviaciones estándar.

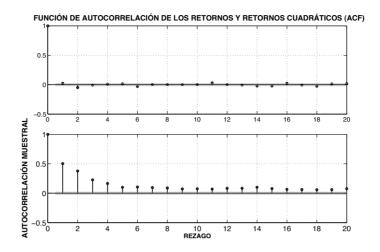


Figura 7: Función de autocorrelación de los retornos estandarizados y los retornos estandarizados cuadráticos.

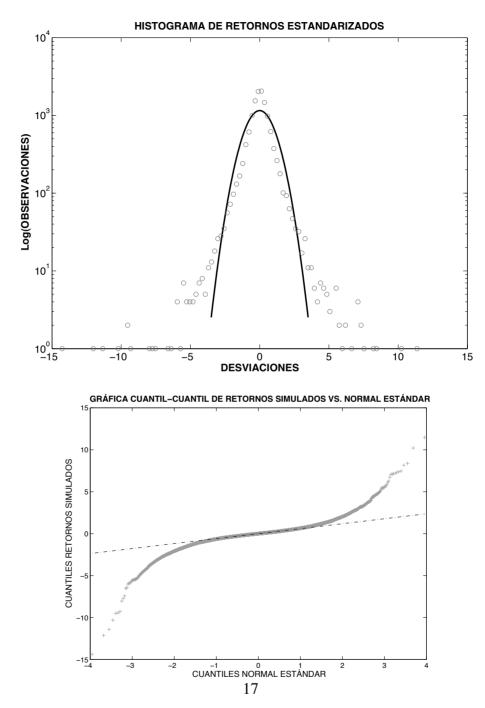


Figura 8: Histograma en escala logarítmica y gráfico cuantil-cuantil de retornos simulados.

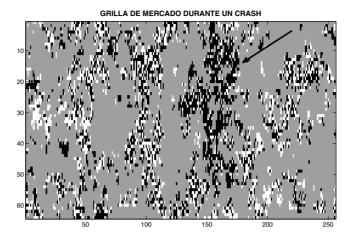


Figura 9: Grilla de agentes durante la realización de un retorno estandarizado que supera más de 10 veces la desviación estándar no condicional de los retornos realizados. Entiéndase las celdas azules como las vendedoras y las rojas como las compradoras.

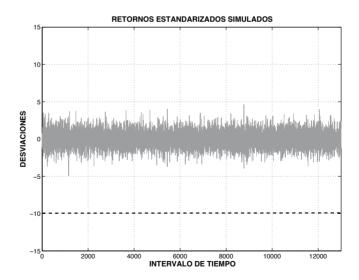


Figura 10: Retornos estandarizados por media y desviación estándar no condicional para 13.000 intervalos de tiempo. $p_h = 0.0293$ y $p_e = 0.03$.

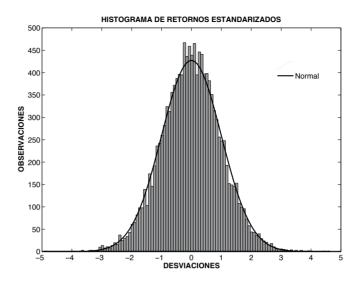


Figura 11: Retornos estandarizados por media y desviación estándar no condicional para 13.000 intervalos de tiempo. $p_h = 0.0293$ y $p_e = 0.03$.