

Aplicación de opciones reales en la valoración financiera de un campo petrolero

Paola A. García E.*

* Magíster en Gestión y Evaluación de Proyectos. Líder de planeación financiera. Brinks Colombia, Bogotá (Colombia). [paola.garciaes@gmail.com].

Fecha de recepción: 01 de marzo de 2017.

Fecha de aceptación: 04 de abril de 2017.

Para citar este artículo:

García E., P. A. (2017). Aplicación de opciones reales en la valoración financiera de un campo petrolero. ODEON, 12, pp. 7-54. DOI: <https://doi.org/10.18601/17941113.n12.02>

Introducción

En un mundo cada vez más competitivo y cambiante, la toma estratégica de decisiones de inversión exige modelos financieros que representen la realidad de un proyecto y, por tanto, incorporen la incertidumbre del entorno macroeconómico.

En el sector petrolero, por ejemplo, el precio del barril de petróleo es una variable fundamental a la hora de tomar la decisión de inversión, ya que los ingresos del proyecto dependen de la cotización de esta materia prima en el mercado. Sin embargo, es un hecho que esta variable es altamente incierta y que se altera en razón de diversos factores: económicos, políticos, climáticos, entre otros; por esto es necesario que en la evaluación financiera de este tipo de proyectos se incorpore la incertidumbre.

La evaluación financiera de los proyectos de inversión se ha realizado tradicionalmente bajo el enfoque de la teoría del valor presente neto (VPN), donde existen unos flujos de caja “esperados” y considerados certeros en el tiempo. Pero esta metodología se queda corta frente a “la visión que hoy se tiene respecto al futuro” (Romero, 2006, p. 9), pues es una mirada momentánea del proyecto basada en variables determinísticas, donde la incertidumbre no es incluida.

Al incorporar la incertidumbre se reconoce que un proyecto tiene flexibilidades¹ y se puede empezar a observar bajo el enfoque de las opciones reales; esta teoría reconoce que la empresa tiene un abanico de decisiones y puede escoger entre una y otra dependiendo del ambiente de negocios. Por tal razón, la metodología de opciones reales cobra vigencia en proyectos con riesgo y flexibilidades como los que se presentan en la industria petrolera.

Ahora bien, esta opcionalidad tiene un valor económico que puede incrementar el VPN del proyecto, por esto las opciones reales se convierten en un enfoque complementario de la teoría del valor presente neto.

Este documento se propone identificar las condiciones de riesgo y flexibilidad para implementar la valoración de opciones reales en un proyecto de explotación petrolera de un hipotético campo maduro *onshore* (exploración terrestre).

En la primera sección se presenta de forma breve el marco teórico para abordar los conceptos de opciones reales; en la segunda se discuten los riesgos de la industria petrolera y la estimación del precio de la variable riesgosa dentro del

¹ “Alternativas disponibles para el gestor del proyecto que le permiten tomar cursos de acción diferentes al descrito en el escenario normativo” (Romero, 2006, p. 2).

modelo. En la tercera sección se describirá el modelo financiero y se analizarán los resultados. Finalmente, se concluye sobre las implicaciones financieras de incorporar la incertidumbre en proyectos con flexibilidades, y cómo las opciones reales dan un valor agregado y complementan el método del VPN.

1. Opciones reales

La teoría de opciones reales es una aplicación de la teoría de las opciones financieras a inversiones del sector real, tales como inversiones en plantas de manufactura, extensiones de línea, inversiones en I&D (Mauboussin, 1999), petróleo y gas, infraestructura IT, electricidad, entre otros. De acuerdo con Mun (2006a), “es una aproximación sistemática y una solución integrada, utilizando la teoría financiera, el análisis económico, la administración y la econometría para valorar activos reales, en un entorno dinámico e incierto donde las decisiones de negocios son flexibles en el contexto de inversión estratégica de capital”.

En palabras de Romero (2006), las opciones reales son “el conjunto de alternativas disponibles para el gestor del proyecto que le permiten tomar cursos de acción diferentes al descrito en el escenario normativo”.

Este enfoque de valoración es percibido como un complemento del análisis estándar del valor presente neto del flujo de caja libre, pues mientras el flujo de caja estima un solo escenario posible y estático en el tiempo de valoración, las opciones reales reconocen que “contar con cursos alternativos de acción siempre será mejor que enfrentar la situación de solo un curso de acción obligado. Y esta mejor condición debe valorarse y saber cuánto de más debe pagarse por ella” (Romero, 2006, p. 2); este es el valor agregado que la metodología de las opciones reales reconoce en los proyectos que tienen flexibilidades.

“Mediante la adición de una dimensión importante de flexibilidad analítica, las opciones reales permiten una mejor fusión de la intuición estratégica y el rigor analítico” (Mauboussin, 1999, p. 3), es decir, las opciones reales dan una mirada integral a la planeación estratégica, a través de la toma de decisiones administrativas y el enfoque lógico-matemático de la modelación financiera.

De manera que, por un lado, las opciones reales son aplicables en entornos altamente inciertos y dinámicos donde la toma de decisiones es flexible y dinámica; y por otro, las opciones reales capturan los diferentes caminos que puede tomar el proyecto por lo que otorgan un valor agregado al VPN, y este puede medirse o monetizarse.

Ahora bien, es importante anotar que no todos los proyectos son susceptibles de ser valorados a través de la metodología de opciones reales; Amram y Kulatilaka (1999), citados por Schulmerich (2005), exponen los criterios necesarios para que las opciones reales sean aplicables:

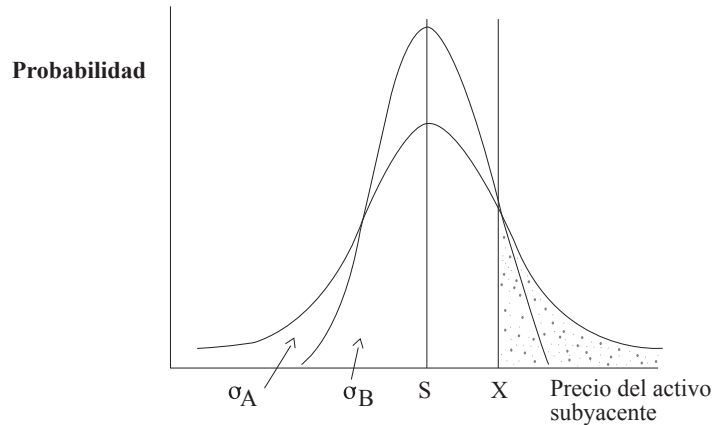
1. Cuando hay una decisión de inversión contingente. Ningún otro enfoque puede valorar correctamente este tipo de oportunidades.
2. Cuando la incertidumbre es lo suficientemente grande que es razonable esperar para obtener más información, evitando su pesar por la inversión irreversible.
3. Cuando el valor parece ser capturado en las posibilidades de futuras opciones de crecimiento en lugar de flujo de caja actual.
4. Cuando la incertidumbre es suficientemente alta para considerar flexibilidades, solo el enfoque de opciones reales puede valorar correctamente las inversiones con flexibilidad.
5. Cuando haya actualizaciones y correcciones de la estrategia en el mediano plazo.

Por las condiciones anteriores y el concepto de opciones reales, emergen dos elementos característicos y necesarios para que la valoración del proyecto sea pertinente bajo la teoría de las opciones reales, tal como lo menciona Romero (2006):

De una parte, que el proyecto comporte riesgo pues la agregación de valor que entregan las opciones está determinada de manera directa por la volatilidad de los flujos de caja esperados del activo real. Esta regla introduce ciertos peligros y tentaciones pecaminosas pues una inadecuada aplicación puede, falazmente justificar quiebras determinísticas. De otra, la flexibilidad del proyecto. Es esta la condición que determina la existencia de opciones reales en un proyecto determinado. Se trata de una cualidad implícita en los activos reales y que puede o no existir.

Ahora bien, existe una relación entre ambos elementos, a mayor incertidumbre habrá mayor flexibilidad, pues la toma de decisiones puede variar en cualquier momento, y esto se refleja en el precio de la opción, el cual será mayor (Mauboussin, 1999). Si se consideraran dos proyectos (activos) A y B, en el que uno presenta mayor volatilidad que el otro (figura 1), el proyecto B tiene menor volatilidad pues los datos se encuentran más concentrados alrededor de la media.

Figura 1. Distribuciones de probabilidad activos A y B



Fuente: Mascareñas (2010).

Suponemos que estos activos tienen el mismo precio de mercado esperado, S , y que las opciones de compra que pueden ser adquiridas sobre cada uno de los dos tienen un precio de ejercicio X , igual en ambas. Si en ambos casos X es mayor que S , el comprador de la opción espera que antes del vencimiento del contrato los precios de mercado de ambas acciones (S_A , S_B) superen al valor del precio de ejercicio (X). Esto es más probable en el caso de A que en el de B, al ser su volatilidad mayor que la de esta última (véase el área difuminada, figura 1). Así que al ser más fácil obtener beneficios con A que con B, el valor de la opción de compra del activo A será superior al del activo B (Mascareñas, 2010, p. 5).

Por esta razón, un proyecto con mayor incertidumbre es más susceptible de ser valorado a través de la teoría de opciones reales, pues estas tomarán valor para complementar el VPN. En palabras de Mascareñas (2010), “cuanto más incertidumbre exista acerca de su valor, mayor será el beneficio que obtendremos de la captación de información (de aprender, en una palabra) antes de decidimos a realizar, o no, el proyecto de inversión”.

1.1 Relación con las opciones financieras

Las opciones reales tienen su base conceptual en la teoría de las opciones financieras (OF), por esto es importante conceptualizar también estas últimas. Las OF son un

tipo de derivado financiero², y se definen como un contrato donde una de las partes tiene el derecho, mas no la obligación, de comprar (opción *call*) o vender (opción *put*) una determinada cantidad del activo subyacente³ a un precio determinado y en, o antes de la fecha pactada como vencimiento (Moreno, 2015). “Análogicamente, una empresa que tiene una opción real tiene el derecho –pero no la obligación– de hacer una inversión que potencialmente aumenta el valor de la compañía” (Mau-boussin, 1999, p. 5). Es decir, es la capacidad que tiene la empresa de decidir si emprende o no un proyecto de inversión.

“La parte del contrato que posee el derecho está en posición larga, mientras que la parte que está obligada, en caso de ejercicio por parte del poseedor, se encuentra en posición corta” (Moreno, 2015, p. 10). El tenedor de la opción (posición larga) paga un precio por este derecho y este precio es el que se conoce como prima de la opción, el cual es determinado a través de los diferentes métodos de valoración que se describirán más adelante.

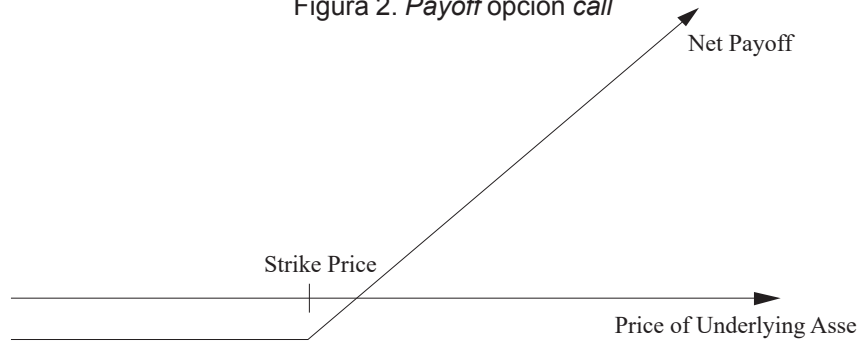
Una opción *call* le otorga a la posición larga el derecho a comprar el activo subyacente a un precio de ejercicio determinado denominado *strike* (*K*), si en el momento de ejercer la opción el precio del activo en el mercado es menor al precio de ejercicio, la opción *call* no se ejerce y la posición larga paga la prima y sale a comprar el activo en el mercado, pues es más rentable (Moreno, 2015), en esta situación, la opción está *out of the money*⁴. Si, por el contrario, el valor del activo en el mercado es mayor que el *strike*, la opción es ejercida y la utilidad bruta para el tenedor será la diferencia entre el precio de ejercicio y el valor del activo en el mercado, pero la utilidad neta será la diferencia entre la utilidad bruta y el precio inicialmente pagado por la prima de la opción *call*; en esta situación la opción está *in the money*⁵. El siguiente diagrama de pagos (figura 2) muestra el *payoff* (pago) de una opción *call* en el vencimiento:

² Es un instrumento financiero que permite cubrir la exposición al riesgo.

³ Activo financiero cuyo precio determina el valor del derivado.

⁴ “Son aquellas que si se ejerciesen ahora mismo proporcionarían una pérdida” (Mascareñas, 2010, p. 2).

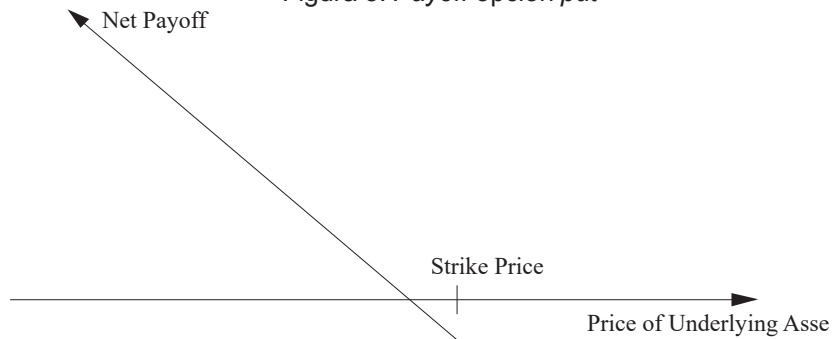
⁵ “Son aquellas que si se ejerciesen ahora mismo proporcionarían una ganancia” (Mascareñas, 2010, p. 2).

Figura 2. *Payoff* opción *call*

Fuente: Damodaran (2005).

El tenedor de una opción *call* cubre el *downside risk* a través del derivado, esto es, el riesgo de que el precio del activo subyacente caiga y le genere pérdidas, porque lo máximo que pierde es la prima.

Una opción *put* da al tenedor el derecho de vender el activo subyacente a un precio determinado y en el plazo dado. Cuando el precio del activo subyacente en el mercado es mayor al precio de ejercicio, la opción no será ejercida pues es mejor para la posición larga vender el activo en el mercado a un precio más alto (Moreno, 2015); en esta situación la opción está *out of the money*. Si, por el contrario, el precio del activo subyacente en el mercado es menor que el *strike*, la opción será ejercida y la posición larga tendrá una utilidad bruta equivalente a la diferencia entre el precio de ejercicio y el valor de mercado del activo; en esta situación la opción está *in the money*. Nuevamente, la utilidad neta del tenedor de la opción es equivalente a la utilidad bruta menos el costo de la prima de la opción *put*. La figura 3 muestra el *payoff* de una opción *put*:

Figura 3. *Payoff* opción *put*

Fuente: Damodaran (2005).

El tenedor de una opción *put* cubre, a través del derivado, el *upperside risk*, esto es, el riesgo de que el precio del activo subyacente suba y le genere pérdidas, porque lo máximo que pierde es la prima.

Una opción real solo tiene valor cuando hay posibilidad de ganar algo al ejercerla. Esto solo puede producirse cuando existe algún tipo de exclusividad en la opción que se está considerando, y durante el periodo, hasta la toma de decisión. Las opciones compartidas que suelen ser originadas por el entorno o por el sistema económico no aportan valor diferencial, salvo en el caso de que existan ventajas competitivas claras y sostenibles (Gallardo y Andalaft, 2013, p. 53).

En otras palabras, en el caso de opciones reales, la opción estará *in the money* en el momento en que sea exclusiva para el decisor, esto se presenta cuando se habla de patentes o de condiciones de ventaja competitiva; de lo contrario, los competidores tendrán la posibilidad de replicar la inversión y reducir la rentabilidad esperada del proyecto.

El valor de la opción financiera *call* o *put* está en función de las siguientes variables:

1. El valor presente del activo subyacente (S): el valor del activo hoy en el mercado.
2. El precio de ejercicio o *strike* (K): el precio en el que el tenedor de la opción puede ejercerla (comprar o vender el activo subyacente).
3. El plazo de vencimiento (t): tiempo en que se puede ejercer la opción.
4. La tasa libre de riesgo (R_f).
5. La volatilidad del valor del activo subyacente (σ): es la varianza que presentan los rendimientos logarítmicos del activo subyacente.

Estas variables pueden ser homologadas bajo la perspectiva de opciones reales de la siguiente forma:

1. El valor presente de los flujos de caja libre (S).
2. Desembolsos necesarios para llevar a cabo el proyecto (K).
3. El plazo de vencimiento (t).
4. El valor del dinero en el tiempo, representado en la tasa libre de riesgo (R_f).
5. La volatilidad de los flujos de caja del proyecto (σ).

Como se ilustra en la tabla 1.

Tabla 1. Variables de las opciones financieras y opciones reales

Proyecto	Variable	Opción de compra (Call Option)
Desembolsos requeridos para adquirir el activo	X	Precio de ejercicio
Valor de los activos operativos que se van a adquirir	S	Precio de la acción
Lapso de tiempo que se puede demorar la decisión de inversión	t	Periodo de maduración Tiempo al vencimiento
Riesgo del activo operativo subyacente	σ^2	Varianza de los rendimientos
Valor del dinero en el tiempo	Rf	Tasa libre de riesgo

Fuente: Manotas y Manyoma (2001).

Las opciones también se clasifican por el momento en el cual pueden ser ejercidas, si la opción solo puede ser ejercida en la fecha T , llamada fecha de maduración, se dice que es una opción de tipo europeo, pero si solo puede ser ejercida en cualquier momento desde que es pactada y hasta la fecha de maduración, se dice que es una opción de tipo americano. Otro tipo de opciones son las *Bermuda*, en las cuales se establecen fechas específicas durante la vida de la opción, en las cuales el poseedor puede decidir si la ejerce o continúa con el contrato vigente (Moreno, 2015, p. 10)

Si bien el estudio de la teoría de las opciones reales se hace bajo la perspectiva de las opciones financieras, existen ciertas limitaciones dado que los supuestos base de las OF no son del todo aplicables a los activos reales.

En primer lugar, según las OF, los activos financieros son altamente negociados en el mercado de valores, lo que garantiza que no haya posibilidad de arbitraje, pero esta unificación de precios no es posible si el activo subyacente es de baja transabilidad como en el caso de un proyecto.

Atado a la anterior teoría, también se plantea que es “posible formar una cartera de réplica que tendrá idéntica rentabilidad a la opción que tratamos de valorar, entonces (para evitar el arbitraje) la opción ha de tener el mismo valor que la cartera réplica” (Fernández, 2008, p. 14), pero al hablar de proyectos, cada proyecto es único y no puede replicarse.

Otro de los supuestos es que el ejercicio es instantáneo, pero dicho supuesto no es cierto en muchas opciones reales considerando que, como lo menciona Mascareñas (2007):

El ejercicio puede implicar realizar unos desembolsos y operaciones que implican varios años. Además esto implica que el verdadero valor de la vida de la opción es inferior al calculado inicialmente. Por ejemplo, si se tienen los derechos para explotar un campo

petrolífero durante 20 años y se tarda tres desde que se toma la decisión de perforar –se ejerce la opción– hasta que se comienza a vender el petróleo extraído, implicará que la vida real de la opción es de 17 años. Es decir, algunas de las opciones reales ejercidas cuando son *in the money* pueden acabar transformándose con el tiempo en *out of the money* después de haber sido ejercidas.

Por lo tanto, las opciones reales no se benefician de la incertidumbre en sí, sino solo de la flexibilidad para responder a la incertidumbre futura (p. 27).

Finalmente, para la teoría de OF la volatilidad de los rendimientos del activo subyacente es conocida y constante en el corto plazo. Por otro lado, en cuanto a opciones reales, la volatilidad del activo real puede desconocerse o, en su defecto, al ser conocida, no se comportará de forma constante en el tiempo debido a las alteraciones de las condiciones del mercado (Mascareñas, 2007).

No obstante, la mirada de las opciones reales a través del estudio de las opciones financieras permite cuantificar el riesgo y las flexibilidades en proyectos de inversión otorgando un valor agregado a la toma de decisiones.

1.2 Tipos de opciones reales

Las opciones reales se clasifican según el tipo de flexibilidad que le otorga al tomador de la decisión, a continuación la descripción de las mismas.

Opción de diferir

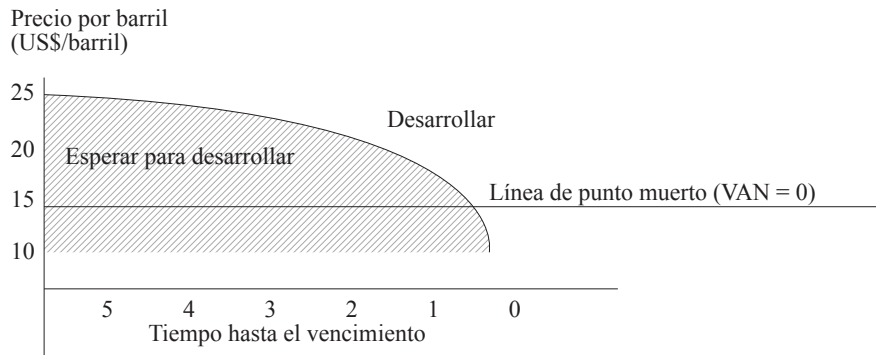
Existe cuando el tomador de la decisión tiene la opción de posponer la inversión en el proyecto, esperando “hasta [obtener] mayor información, habilidades” (Mau-boussin, 1999, 12) o unas mejores condiciones en el mercado, por ejemplo, “la empresa puede esperar un determinado tiempo a que algunas condiciones del mercado (especialmente el precio del producto), cambien de manera que se justifique emprender el proyecto de inversión” (Calle y Tamayo, 2009, p. 117). En el siguiente ejemplo entregado por Mascareñas (2007) se puede evidenciar esta situación:

La posesión del derecho temporal sobre el terreno proporciona la posibilidad de diferir el proyecto de inversión durante un año con objeto de reducir la incertidumbre sobre el comportamiento de los precios del petróleo en el futuro próximo. Así, si el precio del crudo aumenta suficientemente a lo largo del año, al final del mismo el VPN puede ser positivo y entonces la directiva de la empresa procederá a invertir, ejerciendo su opción a extraer el crudo. La creación de valor un instante antes de expirar su derecho es igual (p. 15).

La figura 4 ilustra en qué momento se desarrollaría el proyecto, este tiene cinco años para desarrollarse antes de que se pierda el derecho a explotar la reserva de

petróleo; la zona gris significa que el VPN del proyecto es positivo pero no supera el valor de la espera y, por esto, no se desarrolla el proyecto aguardando que a futuro las condiciones sean mejores; según la figura, el precio del barril deberá ser mayor a US\$25 dólares para que se realice la extracción (Cartagena, 2000).

Figura 4. Momentos del proyecto



Fuente: Cartagena (2000).

Opción de crecimiento o de ampliar un proyecto

“La opción de crecimiento o de ampliar un proyecto de inversión otorga a su propietario el derecho a adquirir una parte adicional del mismo a cambio de un costo adicional” (Mascareñas, 2007, p. 14). Esta opción otorga flexibilidad administrativa y se considera de importancia estratégica, porque permite que, según las condiciones de mercado, se tomen decisiones posteriores que le permitan a la empresa mejorar sus resultados.

Para que exista debe haber una inversión inicial, por esto este tipo de “opciones reales es realmente útil en tres casos de opciones de crecimiento: Adquisiciones de tipo estratégico, Investigación y desarrollo y Proyectos multietapa”⁶ (Gallardo y Andalaft, 2013, p. 46). Los siguientes casos, enunciados por Cartagena (2000), son ejemplos de opciones de expansión:

A partir de una estructura tecnológica inicial, la administración puede decidir inclinarse hacia una tecnología más sofisticada para conseguir un aumento en la flexibilidad para expandir

⁶ Permite realizar inversiones continuadas.

la escala productiva, siempre y cuando ello sea aconsejable. De esta manera, la opción de expandir puede ser de importancia estratégica, especialmente si va a capacitar a la empresa para capitalizar futuras oportunidades de crecimiento. Por ejemplo, cuando la empresa se instala sobre terrenos con poco desarrollo urbano; o cuando construye una pequeña planta sobre una nueva localización para tomar ventaja de un desarrollo del mercado (p. 15).

Opción para reducir un proyecto

La opción de reducir un proyecto de inversión proporciona a su propietario el derecho a renunciar a una parte del mismo a cambio de un ahorro adicional (el precio de ejercicio). De tal manera, si las condiciones del mercado resultan ser peores que las esperadas, la compañía podría operar con menor capacidad productiva e incluso podría optar por reducirla en un porcentaje determinado, lo que le permitiría ahorrar parte de los desembolsos previstos (Gallardo y Andalaft, 2013, p. 46).

Es así como esta opción toma valor cuando las condiciones de mercado no son favorables al proyecto y se hace necesario tomar medidas para no asumir más costos de desarrollo.

Este tipo de opción adquiere valor y puede ser utilizada cuando se debe escoger entre dos proyectos, o en el caso de lanzar a mercados desconocidos productos novedosos.

Escoger entre plantas o tecnologías con diferentes costos de construcción y mantenimiento, puesto que puede ser preferible construir una planta con un costo más bajo de construcción y costos más altos de mantenimiento, en orden de adquirir flexibilidad para contraer la escala de las operaciones, mediante la disminución de los costos de mantenimiento [i.e. mantenimiento], si las condiciones del mercado se tornan desfavorables (Cartagena, 2000, p. 16).

Opción de abandono

Se presenta cuando el proyecto una vez iniciado presenta la flexibilidad de que el tomador de la decisión pueda “vender, liquidar, cerrar, en suma abandonar un proyecto determinado a cambio de un precio” (Gallardo y Andalaft, 2013, p. 47). Esta opción de desinvertir se presenta en proyectos multinivel, donde por cada etapa existe la posibilidad de decidir nuevamente si se continúa o no con la inversión; si en el momento de evaluar el proyecto ya no es rentable y está generando pérdidas para la empresa se ejercerá la opción.

Existen unas cláusulas conocidas como cláusulas de escape que, según Gallardo y Andalaft (2013), son la forma más clara de estipular la existencia de una

opción de abandono, pues esta flexibilidad se crea de forma contractual. El valor de esta opción no se conoce inicialmente, sino que depende del comportamiento futuro del proyecto.

La tabla 2 muestra la equivalencia de estas opciones reales a las opciones financieras de compra y venta, explicadas anteriormente:

Tabla 2. Equivalencia entre opciones reales y opciones financieras

Tipos de opciones reales	Opción de Venta	Opción de Compra
Diferir (retardar)		x
Expandir		x
Prolongar (extensión)		x
Abandonar	x	
Reducir	x	
Vender una fracción	x	

Fuente: Támara y Aristizábal (2012).

1.3 Modelos de valoración de opciones

Los métodos de valoración de opciones permiten determinar cuál es el valor agregado que le da la opción al VPN, este valor es la prima que paga el tenedor de la opción por tener la capacidad de decidir qué camino tomar en el proyecto según las condiciones de mercado, a un precio determinado y durante el tiempo establecido; dicho valor se puede hallar mediante distintas metodologías.

Existen dos tipos de metodologías, las numéricas y las analíticas, dentro del primer grupo se encuentran la simulación de Montecarlo y los árboles binomiales; y en el segundo se clasifica el modelo en tiempo continuo de Black-Scholes.

Simulación de Montecarlo

Este modelo se basa en correr miles de escenarios para simular las posibles trayectorias que puede seguir el precio del activo subyacente durante la vida de la opción; el precio del subyacente para opciones reales es el valor presente de los flujos de caja. En palabras de Mun y Housel, la simulación de Montecarlo “es un generador de números aleatorios que es útil para la predicción, estimación y análisis de riesgos. Una simulación calcula múltiples escenarios de un modelo

recogiendo repetidamente valores de una distribución de probabilidad predefinida por el usuario para las variables inciertas y utilizando dichos valores para el modelo” (2010, p. 13).

Todos esos escenarios generan resultados que afectan directamente los resultados asociados del modelo y que otorgan al tomador de decisiones estadísticas y probabilidades que le permitirán tomar mejores decisiones y analizar las flexibilidades del proyecto.

“Bajo este marco teórico y para efectos de esta investigación, en el esquema de OR resulta eficiente utilizar el método Monte Carlo, ya que arroja una mejor estimación del valor actual del proyecto y el resultado estocástico del modelo de VPN tiene una distribución de valores” (Mota, 2005, p. 17), pues se pueden sensibilizar las variables del proyecto y encontrar cuáles de ellas afectan más el resultado del mismo.

Modelos de árboles binomiales

Como indican Copeland y Antikarov (2001), este modelo en tiempo discreto es actualmente el más utilizado para la valoración de opciones reales, y fue desarrollado por Cox, Ross y Rubinstein, en el año de 1979. Consiste en modelar el comportamiento del precio del activo subyacente (en el caso de opciones reales, los flujos de efectivo del proyecto) durante la vida de la opción.

El valor del activo sigue dos posibles trayectorias, alza (u) o baja (d), cada instante de tiempo (δt), y asociadas a unas probabilidades de ocurrencia neutrales al riesgo, lo que significa que se actualizan a la tasa libre de riesgo. Se construyen dos árboles, el del activo subyacente y el de la opción.

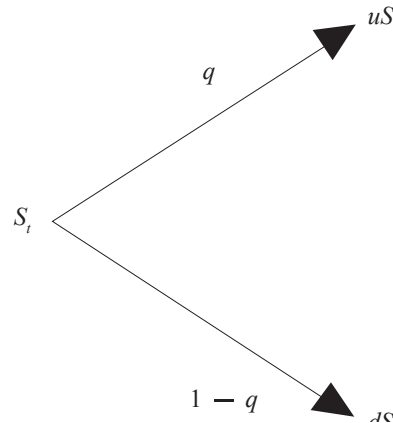
Los árboles binomiales son muy útiles en la valuación de opciones reales. El método binomial es muy popular porque en cada periodo, tanto el valor presente de los flujos de efectivo esperados del proyecto subyacente, como los correspondientes valores de la opción real pueden calcularse, lo que permite tener alguna idea de las decisiones que se deben tomar en el futuro. En el modelo binomial los posibles valores del valor presente de los flujos de efectivo esperados son calculados de modo recursivo “hacia delante” comenzando con el valor presente de los flujos de efectivo esperados de la primera etapa. Los posibles valores de la opción real son calculados de modo recursivo “hacia atrás” comenzando con los posibles valores de la opción en la última etapa (Venegas y Fundia, 2006, p. 378).

La siguiente explicación basada en la desarrollada por Venegas y Fundia (2006) para la construcción del árbol del activo subyacente será de gran ayuda para entender la forma en que este modelo de valoración se construye:

Sea S_t el valor presente de los flujos de efectivo esperados en t . Supóngase que S_t puede tomar dos posibles valores uS_t y dS_t ($0 < d < 1 < u$) con probabilidades, neutrales al riesgo, p y $(1 - p)$, respectivamente.

Se supone que las cantidades u y d no se modifican al transcurrir el tiempo. Con base en los parámetros anteriores, la figura 5 muestra la posible dinámica de S_t .

Figura 5. Expansión del árbol binomial de una etapa para S_t



Fuente: Venegas y Fundia (2006).

[Los factores] u y d se pueden relacionar con un parámetro de volatilidad σ y la longitud del periodo de que se trata, $T - t$, de la siguiente forma

$$u = e^{\sigma\sqrt{T-t}} \quad d = \frac{1}{u} \quad (1)$$

Por su parte, la probabilidad neutral al riesgo (p) está relacionada con la tasa libre de riesgo (r) y se calcula de la siguiente forma:

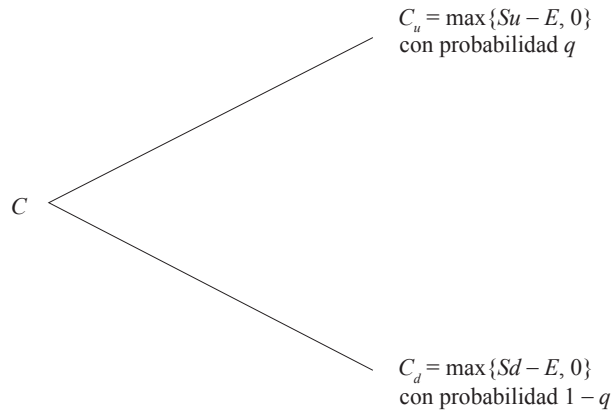
$$p = \frac{e^{r\delta t} - d}{u - d} \quad (2)$$

Para la construcción del árbol del subyacente, como se ve en la figura 5, se debe partir del precio actual de los flujos de caja y este valor se multiplica por los factores de alza (u) y baja (d) obteniendo uS_t y dS_t ; si se tuvieran más periodos el proceso debería repetirse.

Cuando [se considera] la flexibilidad en [el] proyecto, es decir, asumiendo que [se puede] demorar el inicio o abandonar el proyecto o ampliarlo o reducirlo según el caso, el valor del mismo en cada nodo del árbol difiere por el hecho de incorporar en su cálculo la flexibilidad. Se estructurará una celosía o árbol binomial para cada opción considerada (Gracia, 2014, p. 71).

El árbol de la opción, como se mencionó, se construye de atrás hacia adelante, es decir, se inicia con los nodos finales; tomando bien sea en cada rama (opción americana) o solo en la rama final (opción europea) la decisión de ejercer o no, la opción se toma teniendo en cuenta si está *in the money* o *out of the money*.

Figura 6. Árbol de una opción *call* en un periodo



Fuente: Yáñez (2009).

La decisión es escoger el máximo entre el valor que tiene el subyacente en el $t=1$ y el precio de ejercicio (K), el valor de la opción será la ponderación de las ramas por su probabilidad de ocurrencia.

En conclusión, el método de árboles binomiales se utiliza para valorar modelos en tiempo discreto, a fin de simular el cono de incertidumbre del activo subyacente donde se estipula que los valores futuros estarán arriba o abajo del valor inicial.

Frente a la simulación de Montecarlo, este método es más aplicable a opciones reales porque permite ver en cada periodo el escenario que se está evaluando para así tomar la mejor decisión. Ahora bien, a medida que el vencimiento de la opción se divide en más pasos (N) para lograr una mejor aproximación del precio de la opción se tenderá a un modelo Black-Scholes en el que los Δt son instantáneos pasando de un modelo discreto a uno continuo; adicionalmente, bajo este escenario

los cálculos mediante el binomial se vuelven muy largos; “el modelo binomial básicamente resuelve la misma ecuación, usando un procedimiento computacional que el modelo Black-Scholes resuelve mediante un enfoque analítico y al hacerlo, proporciona oportunidades a lo largo de la manera de comprobar para hacer ejercicio temprano para opciones americanas” (Kilic, 2005, p. 8).

Modelo Black-Scholes

La metodología Black-Scholes es un desarrollo matemático analítico en tiempo continuo que permite estimar el valor de una opción; según Mun (2006b) esta metodología es más cercana a la realidad porque permite simular infinitos (N) número de pasos. Se basa en los siguientes supuestos:

1. Las acciones (activo subyacente) no pagan dividendos durante el periodo de maduración de la opción.
2. Las opciones se ejercen al vencimiento (opciones europeas).
3. Los mercados financieros son eficientes.
4. No existen comisiones ni gastos de transacción.
5. Las tasas de interés se consideran conocidas y constantes durante el periodo de valoración.
6. Los retornos están sujetos a una distribución *log* normal. (Manotas y Man-yoma, 2001) y siguen una caminata aleatoria⁷. La varianza es constante.
7. Se asume independencia de las variaciones de los distintos valores que toma la variable.
8. “Las transacciones son continuas (*continuous trading*), es decir, sin fricciones, como costos de transacción o información incompleta” (Hernández y Martínez, 2007, p. 335).

Las fórmulas del modelo son las siguientes:

Para opción *call*

$$C = SN(d_1) - Ke^{-Rf(T-t)}N(d_2) \quad (3)$$

⁷ Este supuesto asume que los precios siguen un movimiento browniano (este tema se abordará en el cuarto apartado del texto).

Para opción put

$$P = Ke^{-Rf(T-t)}N(-d_2) - SN(-d_1) \quad (4)$$

Donde:

$$d_1 = \frac{\ln \frac{S}{K} + Rf - \frac{\sigma^2}{2} (T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t} \quad (5)$$

La función $N(x)$ es la función de probabilidad acumulada para una variable normal estandarizada. En otras palabras, es la probabilidad de que una variable distribuida normalmente será menor a x . Observando que el área total bajo la curva es uno, si x tiende a ser muy grande (a infinito), el valor es igual a uno como se podría apreciar en cualquier gráfica de distribución normal (Yáñez, 2009).

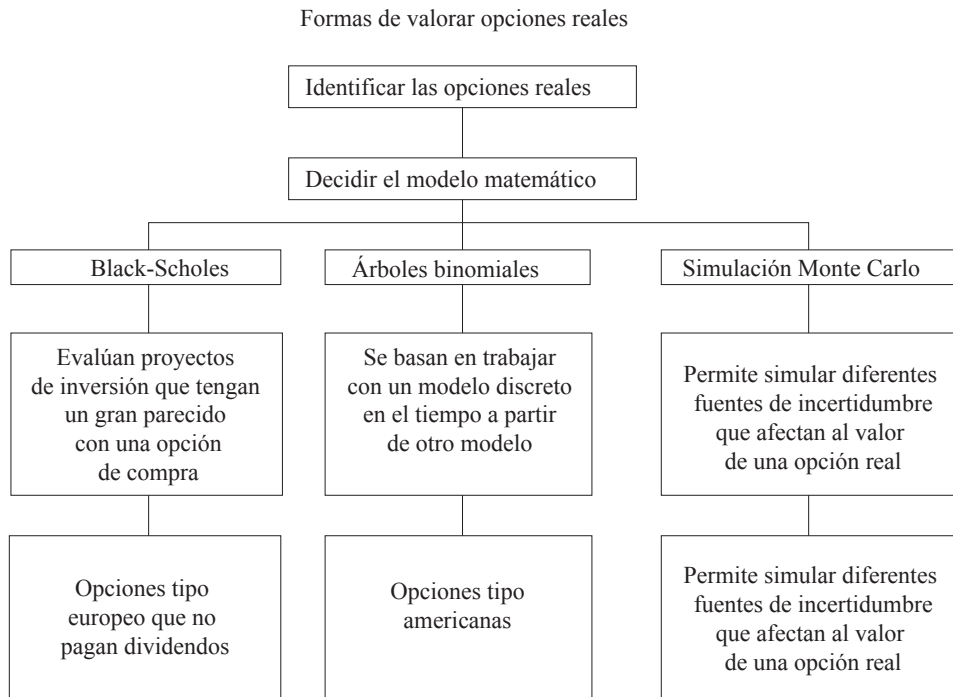
Sin embargo, este modelo presenta varias objeciones en su aplicación para valorar opciones reales.

En primer lugar la mayoría de las Opciones Reales son de tipo americano. Segundo, usualmente hay pago de dividendos en forma de flujos irregulares de efectivo. Tercero, la mayoría de Opciones Reales son opciones compuestas e involucran múltiples factores de incertidumbre. Finalmente, muchas de las Opciones Reales son dependientes de la trayectoria. Muchas de estas complejidades han sido superadas pero otras todavía permanecen como desafíos (Copeland, 2010, p. 22).

La razón por la cual la mayoría de las opciones reales son de tipo americano es que los proyectos de inversión involucran decisiones que deben ser tomadas en cualquier momento cuando el ambiente de negocios sea favorable para la empresa.

La figura 7 resume los modelos para valorar las opciones reales.

Figura 7. Valoración de opciones reales



Fuente: Támara y Aristizábal (2012).

Se debe tener en cuenta que si las opciones reales son replicables con la fórmula de Black-Scholes, por simulación, con la fórmula binomial se pueden valorar. Pero si no son replicables, se deben hacer modificaciones en los modelos para tener en cuenta esta condición (Fernández, 2008).

2. Riesgos en la explotación petrolera

La identificación de riesgos en el proyecto es una de las condiciones necesarias para la aplicación de opciones reales, adicionalmente permite establecer los factores críticos de éxito del proyecto para con ello definir la estrategia y los planes de acción.

Este apartado centrará la atención en la identificación de los riesgos en proyectos en la industria petrolera, los cuales se pueden caracterizar de acuerdo con las fases de desarrollo del proyecto, donde se encuentran básicamente tres: exploración, perforación y producción.

2.1 Exploración

Esta fase consiste en identificar las áreas del subsuelo donde puede haber existencia de hidrocarburos, durante esta etapa se llevan a cabo acciones como los estudios geológicos y la verificación de la acumulación, es decir determinar qué cantidades de hidrocarburos existen en la zona. La evaluación de riesgos en esta fase consiste, entonces, en determinar, por un lado, las condiciones geológicas de permeabilidad⁸ y muestreo estratigráfico⁹ de la reserva, y, por el otro, la cantidad y el tipo de hidrocarburos –petróleo, gas, condensado– existentes en la reserva (Lerche y Mackay, 1999).

En otras palabras, puede existir la posibilidad de que “no se encuentren los hidrocarburos en cantidades comerciales para ser explotados, la probabilidad de que ese hidrocarburo sea crudo o gas [...] la posibilidad de que sea un pozo seco” (Colmenares y Muñoz, 2008, p. 8), o que se deban hacer mayores estudios del suelo, lo que afecta los costos; todos estos son riesgos propios de esta fase y afectan los resultados esperados del proyecto.

De igual forma, “cuando las prospecciones y mediciones indican la presencia de formaciones de estratos que pueden contener petróleo, se perforan pozos de exploración para determinar si existe o no petróleo o gas” (Kraus, 2001, p. 6).

2.2 Perforación exploratoria

De acuerdo con Kraus, “después del análisis de los datos geológicos y de las prospecciones geofísicas se perforan pozos de exploración, en tierra firme o en el mar”, el proceso consiste en llegar hasta la roca donde posiblemente se hallan los hidrocarburos. Este proceso requiere un diseño de ingeniería donde se incluye la construcción de piscinas de lodo, campamentos, tanques de almacenamiento y una o varias torres de perforación (taladro).

Cabe señalar que, de acuerdo con la Agencia Nacional de Hidrocarburos (2008), este proceso tiene los siguientes pasos:

1. Se procede a la perforación del pozo a través del taladro, el cual atraviesa las diferentes capas de rocas que se encuentran debajo de la tierra.

⁸ Se refiere a la facultad con la que los fluidos pueden moverse a través de los poros de la roca. En proyectos petroleros es indispensable a la hora de determinar la producción, pues permitirá determinar la probabilidad con la que el hidrocarburo sale del yacimiento.

⁹ “Es el análisis de testigos extraídos de estratos rocosos del subsuelo para ver si contienen trazas de gas y petróleo” (Kraus, 2001).

2. El proceso de perforación produce recortes de rocas que son llevados a la superficie mediante un sistema de circulación (lodo de perforación) y son depositados en las piscinas de lodos para su tratamiento.
3. Proceso de abandono del pozo: si luego de realizar la perforación del pozo se comprueba que no existen hidrocarburos (petróleo y gas), la compañía procede a su taponamiento. Si al perforar el pozo se encuentran hidrocarburos (petróleo y gas) se continúa con la etapa de producción.

Debido a que este diseño de ingeniería tiene asociado una serie de costos operacionales, el riesgo en esta fase depende de la calidad de hidrocarburo encontrado, el número de pozos por perforar, la producción del pozo y el cumplimiento de las estimaciones cuantitativas de la condición de la reserva de hidrocarburos, que se produjeron en la fase de exploración.

2.3 Producción

“Es el proceso por el cual se extraen los hidrocarburos (petróleo y gas) desde la capa de roca hasta la superficie. En esta etapa se pueden perforar varios pozos de acuerdo al tamaño del yacimiento encontrado” (Agencia Nacional de Hidrocarburos, 2008). En este proceso es importante establecer el recorrido que tiene el petróleo dentro del yacimiento dado que a través de extracción natural o artificial se debe llevar desde el fondo del pozo hasta la superficie.

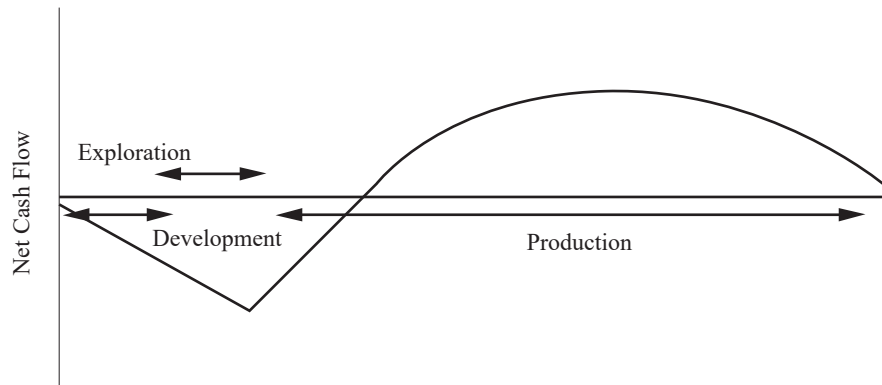
Dicho lo anterior, es importante comentar que cada pozo tiene sus propias características. Por un lado, según las condiciones geológicas; no es lo mismo extraer petróleo de una base terrestre que de un yacimiento marítimo bajo roca, o de un pozo no uniforme debido a “intercalaciones de arcilla, presencia de capa de gas, fracturas en la formación, acuíferos, estratos de baja saturación de crudo y alta permeabilidad” (Colmenares y Muñoz, 2008, p. 43) entre otros; por el otro, a la cantidad de hidrocarburos presentes en el yacimiento. Estas condiciones inciertas pueden generar que las cuantificaciones realizadas en las fases anteriores fallen.

En esta fase, además, pueden ocurrir atrasos en la ejecución; dificultades para tratar el hidrocarburo, es decir, no contar con las facilidades para producirlo; mayores costos de producción (tratamiento del crudo)¹⁰ o necesidad de invertir en más tecnologías para mejorar la producción.

¹⁰ “Serie de operaciones para separar el agua, gas y el sedimento del petróleo que fluye en el pozo, consiguiendo las condiciones exigidas por el transportador y el comprador” (Colmenares y Muñoz, 2008, p. 45).

Basado en lo anterior, la figura 8 muestra que en términos de flujo de caja neto las fases de exploración y perforación o desarrollo significan desembolsos de dinero para el dueño del proyecto, es decir solo inversión; mientras en la fase productiva se evidencia que la extracción, el transporte y la refinación del crudo le permiten al inversionista obtener flujos de caja netos. Por esto, el nivel de riesgo más alto está concentrado en las etapas iniciales del proyecto, que es cuando se hacen grandes inversiones de capital y se desconoce las rentabilidades que generará el proyecto.

Figura 8. Fases de exploración en términos de flujo de caja



Fuente: Lerche y Mackay (1999).

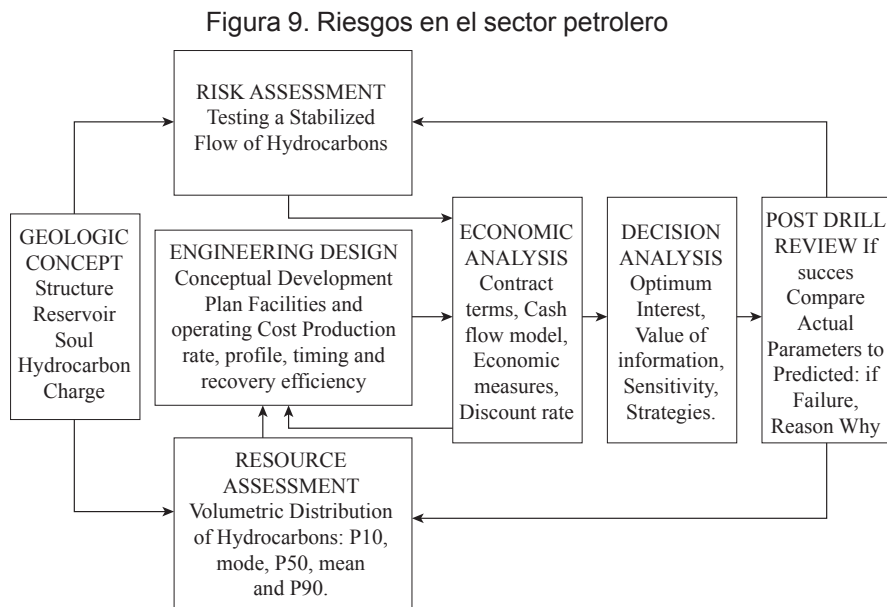
Además de los riesgos propios de las tres fases mencionadas, han de evaluarse otros riesgos importantes: los costos de contratistas, de la inflación, de sucesos imprevistos (por ejemplo, una perforadora atascada), el costo de capital, los costos de las regalías, los impuestos, etc. Una vez que todos estos costes se modelan, entonces se tiene una idea de los costos de oportunidad de exploración así como de la incertidumbre asociada (Lerche y Mackay, 1999).

Habría que incluir también el riesgo país, el cual hace referencia a las condiciones macroeconómicas y la estabilidad política y fiscal del país donde se llevará a cabo el proyecto; y el riesgo comercial, el cual consiste en la volatilidad de los precios del hidrocarburo. “La fluctuación en los precios internacionales del crudo y los precios internos de gas son factores críticos para determinar la viabilidad del proyecto” (Colmenares y Muñoz, 2008, p. 10).

Por otra parte, existe el problema de la estimación de los beneficios potenciales de proyecto. Aquí el problema es dominado por los intentos de estimar el precio futuro del producto del pozo, no solo en el momento en que un proyecto se conecta en línea (que puede ser desde una década o más hasta después de la inversión inicial de exploración), sino también a lo largo de la vida del campo. La dificultad es evidente: Con el fin de proporcionar una estimación de los flujos de efectivo sobre una base anual, [...] el modelo debe incluir el tipo de producto (gas, petróleo y condensado), [...] el tamaño del campo, los posibles campos de satélite, etc. y el futuro precio de venta del producto, el cual es una variable desconocida en tales estimaciones (Lerche y Mackay, 1999, p. 9).

La volatilidad del precio de venta del producto es originada por diferentes factores: especulaciones de mercado, inestabilidad política, fluctuación del dólar, inflación, y la oferta y la demanda. Pero también se debe tener en cuenta que el crudo “se valora inicialmente de acuerdo al lugar de origen, el mercado de negociación y las condiciones técnicas del mismo, es decir, si el crudo es liviano, medio, pesado o extra pesado” (Colmenares y Muñoz, 2008, p. 60) y evaluando los niveles de ácido sulfhídrico y dióxido de carbono.

La figura 9 resume la relación de los riesgos mencionados anteriormente: riesgo en la estimación geológica, en el volumen de hidrocarburos en el yacimiento, en el diseño de ingeniería, el análisis económico y en las estrategias de extracción.



Fuente: Lerche y Mackay (1999).

Dicho lo anterior, es importante recordar que la compañía o el dueño del proyecto deciden invertir de acuerdo al valor esperado del proyecto; entonces, las estimaciones de las ganancias y los costos asociados al proyecto cobran gran importancia. A partir de esto, tal como lo mencionan Lerche y Mackay (1999):

Es entonces necesario evaluar el riesgo para la corporación al involucrarse en un proyecto. El punto aquí es que la probabilidad de que un proyecto no tenga éxito implicará que la corporación tenga una pérdida financiera. Si la pérdida es grande, podría causar perjuicio fiscal sustancial a la sociedad, incluyendo la quiebra [...] también hay peligros asociados con el uso de valores poco realistas de los parámetros en el proceso de análisis de riesgos de exploración, el establecimiento de un factor de descuento demasiado elevado, la previsión de precios, impuestos, sobreestimar los costos de perforación costos adicionales innecesarios. Tales factores pueden tanto aumentar los costos esperados como establecer una previsión de precio más bajos, lo que puede conducir a que el valor de un proyecto caiga en la categoría antieconómico (p. 10).

A modo de conclusión sobre este tema, es claro que cada fase tiene cierto nivel de riesgo, en la fase de exploración geológica y perforación exploratoria son inciertas las variables que tienen que ver con la cantidad, el diseño de la estructura, y el tipo de hidrocarburos del pozo; por su parte, en la fase de producción y en la evaluación económica hay incertidumbre respecto a los costos totales, el precio de venta y la probabilidad de producir a un volumen comercialmente viable. “Estas incertidumbres entrelazadas, la de modelos geológicos y económicos, hacen que las decisiones sean de alto riesgo, sin garantía de hallar con éxito hidrocarburos en el lugar de perforación dado” (Lerche y Mackay, 1999, p. 2).

Por esto es necesario un estudio combinado de evaluación de riesgos donde las estimaciones de incertidumbre para cada variable sean lo más reales posibles para que así se tome la mejor decisión, en busca de la rentabilidad de la operación. No obstante, con el fin de acotar este documento, el análisis de riesgos solo se realizará para la variable más sensible dentro del modelo que, como se demostrará más adelante, es el precio del barril de petróleo; sin embargo, se plantea el análisis de las otras variables de incertidumbre como una posible profundización de este trabajo.

La medición y el control de este tipo de riesgos en la evaluación financiera del proyecto tiene los siguientes beneficios según Colmenares y Muñoz (2008, p. 18)

- Permite gerenciar los recursos y, cuando conviene, la reducción de costos.
- Mejora la planeación y el cumplimiento de metas.
- Permite un incremento en la productividad.

- Genera un mecanismo objetivo de comparación en el desempeño.
- Identifica necesidades y requerimientos de educación y desarrollo.
- Permite la generación de información necesaria para una adecuada toma de decisiones.
- Brinda elementos de juicio que permiten mejorar la calidad de las decisiones.

3. Modelo de precios del petróleo

A la hora de evaluar el proyecto, el pronóstico del precio del activo subyacente es una fase clave; es por esto que se hace necesario conocer y entender el comportamiento de la serie histórica del precio de dicho activo.

En finanzas, el cambio en el precio de los activos se relaciona comúnmente con una trayectoria aleatoria, también conocida como movimiento browniano, el cual, como se mencionó en un apartado anterior, hace parte de los supuestos de la teoría de valoración de opciones de Black-Scholes. Los supuestos que subyacen a esta teoría, según León (2009), son:

1. Los cambios en el precio de los activos son estacionarios, por lo que las características del proceso (v.g. tendencia y volatilidad) no cambian con el tiempo.
2. Los cambios en el precio de los activos son independientes, por lo que no existe correlación con cambios anteriores.
3. Los cambios en el precio de los activos son continuos, sin saltos.
4. Los cambios en el precio de los activos tienen una distribución normal $[N \sim (0, t)]$, por lo que la gran mayoría de estos son pequeños o marginales, mientras que los cambios extremos suceden con muy baja frecuencia.

Al establecer una transformación exponencial del movimiento browniano se obtiene una fórmula para describir el comportamiento del precio del activo subyacente a través del movimiento browniano geométrico en tiempo continuo, el cual representa los cambios en el tiempo de una variable:

$$S_t = S_0 e^{-\frac{1}{2}\sigma^2 t + \sigma W_t} \quad (6)$$

donde se tienen cuatro elementos:

S_t : valor futuro del activo.

S_0 : precio inicial del activo.

μ : constante de tendencia.

σ : constante de volatilidad.

W_t : movimiento browniano estándar.

Un proceso estocástico¹¹ W_t se denomina movimiento browniano si cumple con las siguientes condiciones (Moreno, 2015):

1. $W_0 = 0$.
2. W tiene trayectorias continuas.
3. Para $0 \leq t < s < u < v$, se tiene que $(W_t - W_s)$ es independiente de $(W_v - W_u)$.
4. Dados dos instantes $s < t$ se tiene que $(W_t - W_s) \sim N [0, (t-s)]$.

Nota:

1. $W_t \sim N (0, t)$.
2. $W_{t+\Delta t} \sim N [0, (t+\Delta t)]$.
3. $(W_{t+\Delta t} - W_t) \sim N (0, \Delta t)$.

Ahora bien, el movimiento browniano geométrico también describe el rendimiento del precio del activo a partir de la siguiente ecuación:

$$\ln(S_t) = \ln(S_0) + \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) t + \sigma W_t \quad (7)$$

Según Venegas (2008), los rendimientos se distribuyen normal con:

$$1. \quad E[\ln(S_t)] = \ln(S_0) + \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) t \quad (8)$$

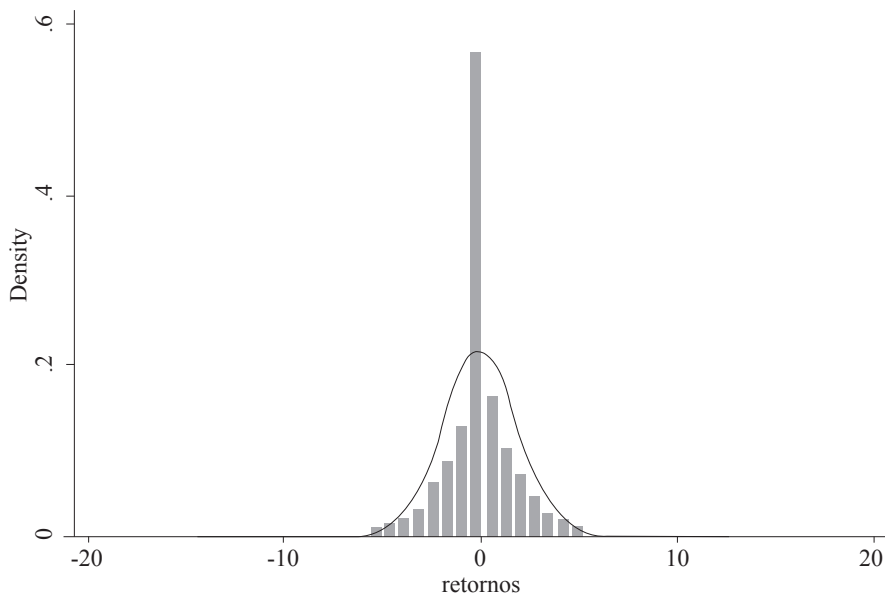
$$2. \quad \text{Var} \ln(S_t) = \sigma^2 t \quad (9)$$

¹¹ Proceso estocástico “es una sucesión de variables aleatorias y ordenadas, pudiendo tomar t cualquier valor entre $-\infty$ y ∞ ” (Arce y Mahía) donde el subíndice t representa el paso del tiempo. Toda serie de tiempo es por naturaleza un proceso estocástico ya que es un conjunto de variables aleatorias asociadas al tiempo.

Bajo la mirada del movimiento browniano geométrico los rendimientos siguen una distribución normal y los precios una distribución *log-normal*; no obstante, al realizar pruebas de normalidad a las series de datos de los retornos de los activos financieros se observa que tal supuesto no se cumple.

Usando el *software* Stata se realizaron pruebas de normalidad para la serie de retornos diarios de los precios del Brent entre los años 2000 y 2015, con el fin de analizar el ajuste de dicha serie a la distribución normal. Por un lado, a través del histograma (figura 10) es posible observar que los rendimientos tienen un pico más alto, lo que significa que existe una mayor probabilidad de que ocurran movimientos pequeños en la variable y, por otro, que las colas son más gordas representando una mayor probabilidad de ocurrencia de eventos extremos (Venegas, 2008).

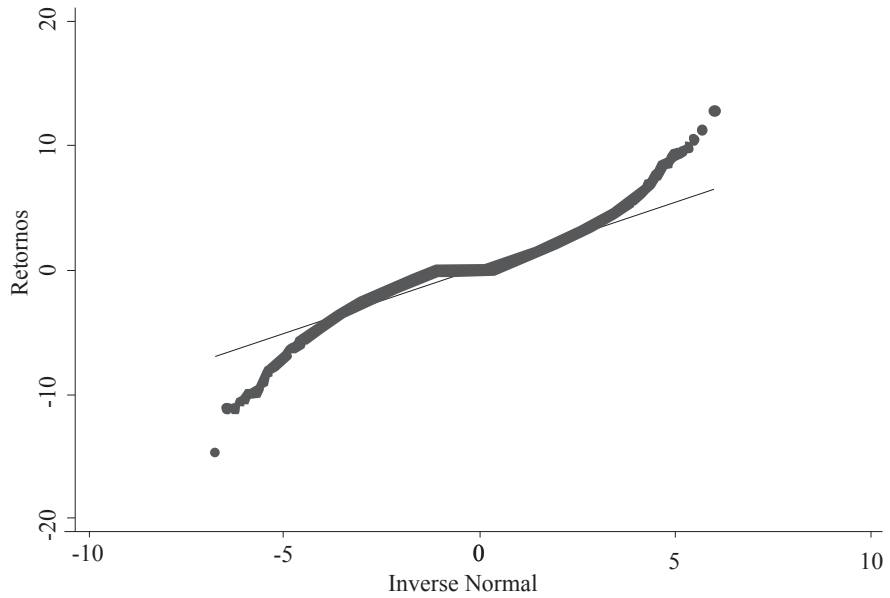
Figura 10. Histograma de normalidad



Fuente: elaboración propia en Stata.

También se realizó una gráfica de cuantil-cuantil que compara los valores ordenados de la variable retornos con los cuantiles de la distribución normal, aquí se observa que los datos no se ajustan al comportamiento de una distribución normal.

Figura 11. Gráfico Q-Q



Fuente: elaboración propia en Stata.

Por otro lado, al realizar la prueba numérica de curtosis se identifica que la probabilidad es menor a 0,05, lo que significa que no cumple con la normalidad, pues los eventos extremos son más frecuentes y generan el efecto de colas anchas.

Figura 12. Prueba de curtosis

```
sktest retornos
```

variable	Skewness/kurtosis tests for Normality				
	Obs	Pr (Skewness)	Pr (Kurtosis)	adj chi2 (2)	joint Prob >chi2
retornos	6,122	0.000	0.000	.	0.000

Fuente: elaboración propia en Stata.

Por lo anterior, la teoría financiera ha adaptado otro tipo de modelos para explicar la trayectoria de los precios de los activos; entre estos, el movimiento browniano

geométrico con saltos ya que, a diferencia de los supuestos dados en el movimiento browniano estándar y geométrico, se ha evidenciado que “los precios de los activos tienen incrementos con medias distintas a cero, o bien podrían tener varianzas que no son proporcionales al tiempo” (Venegas, 2008, p. 39).

Adicionalmente, “una de las principales características que distingue a los mercados financieros es que, ocasionalmente, se presentan movimientos bruscos e inesperados en los rendimientos de los activos” (Venegas, 2008, p. 204), lo que se denomina como saltos o valores extremos que se traducen en colas anchas y que teóricamente están descritos por un proceso de Poisson (dN_t); la razón se describe a continuación:

Las variables aleatorias que registran el número de ocurrencia de un evento por unidad de tiempo, espacio, volumen o cualquier otro índice suelen asociarse con la distribución de Poisson. [...] La variable aleatoria es el número de caídas del precio de un activo financiero en el mercado por periodo de tiempo (Villamil, 2006, p. 190).

El proceso está descrito por:

$$dN_t = \begin{cases} 1 & \text{con probabilidad } \lambda dt + o(dt) \\ 0 & \text{con probabilidad } 1 - \lambda dt + o(dt) \end{cases} \quad (10)$$

en donde $\frac{o(dt)}{dt} \rightarrow 0$ cuando $(dt) \rightarrow 0$ y con saltos unitarios.

El proceso dN_t puede ser incorporado en la ecuación de un activo subyacente como sigue:

$$d\ln(S_t) = \ln(S_0) + \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2 \right) dt + \sigma dW_t + \ln(1+v)dN_t \quad (11)$$

Donde:

μ : media esperada.

σ : volatilidad instantánea.

v : tamaño del salto, independiente de dW_t y dN_t .

dN_t : proceso de Poisson.

El proceso de difusión con saltos reconoce que el comportamiento de los rendimientos del precio se caracteriza por “[dWt], basado en el movimiento browniano, captura el comportamiento normal de cambios de precio del activo; el segundo [dNt], basado en la distribución de Poisson, captura el comportamiento discontinuo de cambios de precio del activo, caracterizado por la ocurrencia de eventos aleatorios de gran magnitud” (León, 2009, p. 22).

Ahora bien, la ecuación presentada describe un movimiento browniano geométrico con saltos en tiempo continuo, pero para ser modelado a través de la metodología de árboles binomiales y los métodos de Monte Carlo, este modelo debe ser discretizado.

El enfoque de discretización más simple es conocido como la metodología de Euler, la cual explica que cualquier función que quiera ser evaluada en un intervalo de tiempo, desde t hasta $t + \delta t$, puede ser expresada de la forma:

$$\int_t^{\delta t} f(t) \delta t = f(t) \delta t \quad (12)$$

Lo que significa que el cálculo de la integral, que describe el área bajo la curva de la función desde t hasta $t + \delta t$, es equivalente a la función evaluada en el límite izquierdo (t) multiplicada por la longitud del intervalo del tiempo (δt).

Por tanto, la ecuación discretizada del movimiento browniano geométrico con saltos es la siguiente:

$$S_t = S_0 + \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) * \delta t + \sigma \sqrt{\delta t} W_t + \ln(1 + v) N_t \quad (13)$$

De acuerdo con lo anterior, para la modelación del precio del petróleo en el modelo financiero desarrollado a continuación se trabajará sobre los supuestos del modelo browniano geométrico con salto.

4. Metodología

La metodología aplicada es el modelo en tiempo discreto de Cox, Ross y Rubinstein de árboles binomiales. El primer paso es evaluar el modelo financiero de un hipotético campo petrolero maduro *onshore* usando el método del flujo de caja descontado con el fin de hallar el valor presente sin tener en cuenta las flexibilidades del modelo. Dicho modelo es replicado a partir del trabajo *Valuation of onshore mature oil fields: The new bidding round in Brazil* (2007), en el que se plantea un campo petrolero que se basa en las rondas de licitación de la ANP de Brasil.

A continuación se describirán las variables que componen el modelo:

- a. Las reservas de petróleo se extinguirán en 10 años.
- b. La inversión inicial en equipos es de us\$ 800.000.
- c. Se abrirán 4 pozos de producción y el costo de hacerlo es de us\$ 500.000.
- d. El costo de las intervenciones al pozo se hace cada dos años y equivale a us\$ 100.000 al año.
- e. El costo de mantenimiento anual es de us\$ 50.000.
- f. El costo estimado de participar en la licitación es de us\$ 100.000.
- g. Las reservas iniciales de petróleo se estiman en 200.000 barriles.
- h. La regalías representan un 5 % de los ingresos por barril.
- i. La tasa impositiva es del 34 %.
- j. El costo variable por barril es de us\$ 8.
- k. El costo de capital se asume en 10 % por año.
- l. La tasa libre de riesgo es del 2,98 % por año, esta tasa es equivalente al promedio de la tasa de los bonos del tesoro de Estados Unidos a 10 años.

Dentro del modelo, todas estas variables se entenderán determinísticas dado que la finalidad de este documento es delimitar el análisis a la variable *precio del petróleo por barril*; está será, por tanto, la variable que implique riesgo.

Para definir el precio por barril de petróleo Brent, que en nuestro caso es la variable de estudio y bajo la cual se realizará la simulación, se tomó la serie histórica diaria desde el año 2000 hasta el 2015 y se hicieron las pruebas de normalidad destacadas en el capítulo 5, comprobando que los rendimientos de este activo no se comportan de manera normal. A partir de esto se asume que el modelo que mejor se ajusta a esta serie es el movimiento browniano geométrico con saltos, por tanto se utiliza la siguiente ecuación:

$$Ln(S_t) = Ln(S_0) + \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2 \right) dt + \sigma W_t + \ln(1 + v) N_t \quad (14)$$

Dado que el modelo financiero del campo petrolero está dado en términos anuales, el precio inicial (S_0) es el promedio de los precios diarios del último año histórico (2015) y corresponde a US\$ 53,7¹², la estimación de los parámetros de media (μ) y

¹² Tomado de la serie histórica desde el año 2000 hasta el 2015 de Bloomberg.

desviación estándar (σ) se realizó de manera tradicional según los datos históricos de los retornos de los últimos quince años (tabla 3).

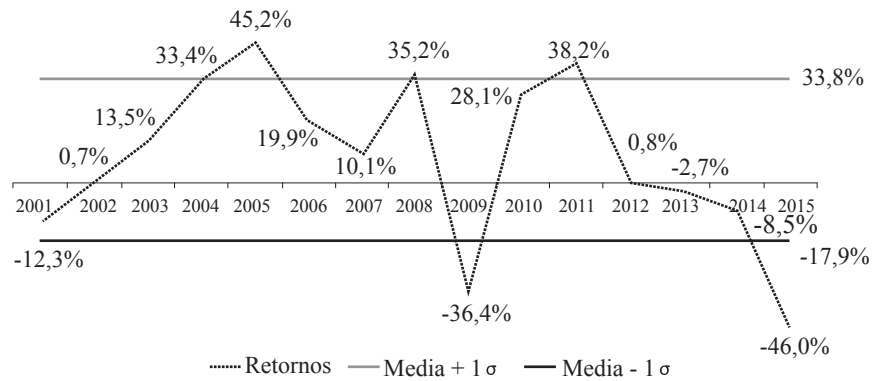
Como se mencionó, el W_t es el factor que representa el movimiento browniano con distribución normal y el N_t es el factor de que captura el comportamiento de los saltos con distribución Poisson.

Tabla 3. Retornos históricos

Año	Retornos (%)
2000	
2001	-12,3
2002	0,7
2003	13,5
2004	33,4
2005	45,2
2006	19,9
2007	10,1
2008	35,2
2009	-36,4
2010	28,1
2011	38,2
2012	0,8
2013	-2,7
2014	-8,5
2015	-46,0

Fuente: elaboración propia.

En la simulación se incluyen también los saltos y se debe determinar su tamaño [v] e intensidad [λ], para este ejercicio se asume que los saltos son todos aquellos rendimientos cuya magnitud es mayor a la media más o menos una desviación [$\mu \pm \sigma$]. Como se observa en la figura 13 de rendimientos, un total de cinco observaciones [$\lambda = 5$] se ubican fuera del rango, estos son los rendimientos de los años 2005, 2008, 2009, 2011 y 2015.

Figura 13. Gráfico de rendimientos en el rango de \pm una desviación

Fuente: elaboración propia.

Por otro lado, el cálculo del tamaño del salto $[v]$ se realizó tomando los cinco rendimientos que se consideraron saltos y calculando su diferencial frente a la media, el promedio de estos diferenciales es considerado el tamaño del salto y en este caso $v = -0,7\%$.

Teniendo estos parámetros de entrada es posible determinar los precios del barril del petróleo para los próximos 10 años; a través del *software* Crystal Ball se modela el precio de cada año utilizando la fórmula discretizada del movimiento browniano geométrico con saltos, incluidos los factores de W_t con distribución normal y el N_t con distribución Poisson.

Los precios obtenidos son los siguientes:

Tabla 4. Precio barril 10 años

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Precio barril	43,29	43,33	43,38	43,42	43,46	43,51	43,55	43,60	43,64	43,68

Fuente: elaboración propia.

Con estos supuestos definidos ya es posible determinar el valor presente del proyecto a través de la metodología de flujo de caja; como se muestra en la tabla 5, este equivale a US\$2.616.691, con una tasa interna de retorno 16%.

Bajo este resultado el proyecto sería viable y rentable para el inversionista pues tiene un VPN positivo y una tasa interna de retorno mayor a la tasa de descuento.

Tabla 5. Modelo financiero

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Reservas		200.000	168.000	138.000	111.000	87.000	65.000	46.000	30.000	17.000	7.000
Producción (barriles de petróleo)		32.000	30.000	27.000	24.000	22.000	19.000	16.000	13.000	10.000	7.000
Precio barril		43.291	43.334	43.378	43.421	43.465	43.508	43.552	43.595	43.639	43.683
Reparación de pozos	500.000										
Intervenciones		-	100.000	-	100.000	-	100.000	-	100.000		
Mantenimiento	-	50.000	50.000	50.000	50.000	50.000	50.000	50.000	50.000	50.000	50.000
Facilities	800.000										
Costo barril	-	256.000	240.000	216.000	192.000	176.000	152.000	128.000	104.000	80.000	56.000
Ingresos barril		1.385.304	1.300.028	1.171.201	1.042.112	956.227	826.660	696.831	566.741	436.390	305.778
Licitación media	100.000										
Despojar/divest	800.000										
Regalías 5%	-	69.265	65.001	58.560	52.106	47.811	41.333	34.842	28.337	21.820	15.289
Utilidad antes de impuestos		1.010.038	845.027	846.641	648.007	682.416	483.327	483.990	284.404	284.571	184.489
Tax 34%	-	343.413	287.309	287.555	220.322	232.021	164.331	164.556	96.697	96.754	62.726
Utilidad neta	- 2.200.000	666.625	557.718	558.783	427.684	450.395	318.996	319.433	187.707	187.817	121.763
VPN	\$ 416.691										
VP	\$ 2.616.691										
TIR	16%										
WACC	10%										

Fuente: elaboración propia.

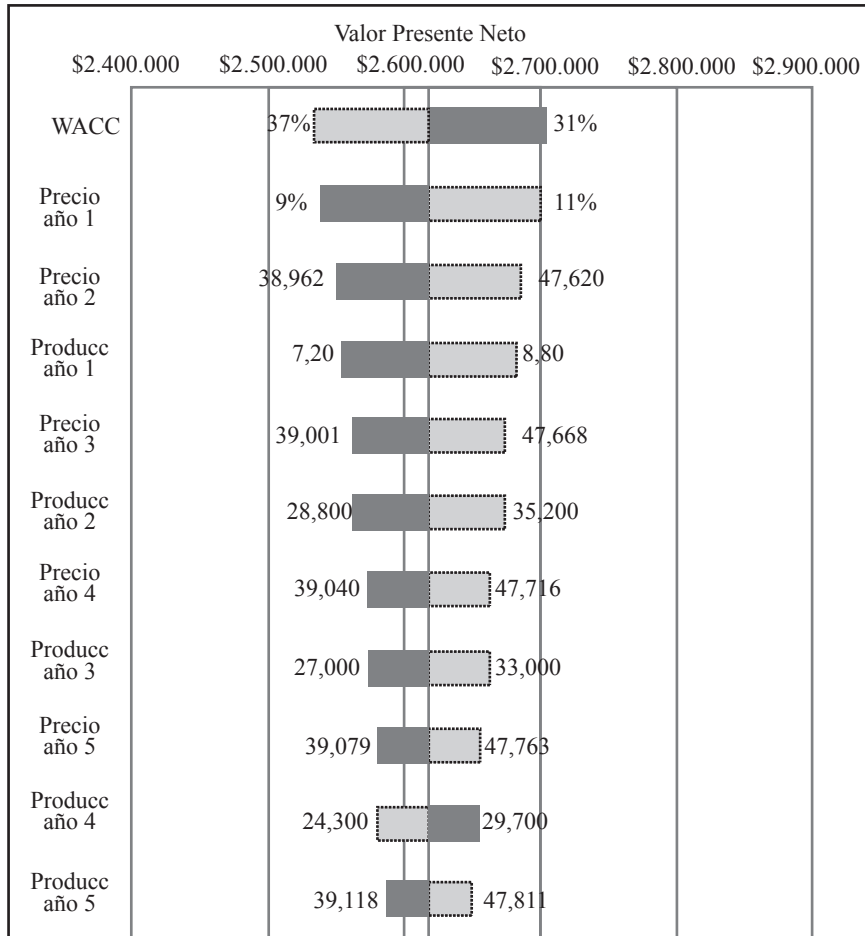
El siguiente paso consiste en identificar en el proyecto las condiciones de incertidumbre y flexibilidad que hacen factible el cálculo del valor agregado de las opciones reales. Mediante este proceso se evidencia que el precio del petróleo es una de las variables que más afecta el resultado final (VPN) del proyecto; para esto se realizó, a través del *software* Crystal Ball, un análisis de sensibilidad.

El Tornado es un análisis de sensibilidad estático que consiste en identificar los supuestos del modelo que pueden influenciar de forma positiva o negativa la variable objetivo, en este caso el valor presente; el programa hace un incremento y una disminución del 20% sobre el valor base de cada variable en el modelo y observa cómo estos cambios afectan la variable objetivo. Los resultados se leen a través de un gráfico y una tabla de datos, donde las primeras suposiciones tienen la clasificación de sensibilidad más alta y se consideran las más importantes pues sus cambios tienen un mayor impacto; estas suposiciones deben ser estudiadas con mayor detalle con el objeto de reducir su incertidumbre y, por tanto, su efecto en la previsión objetivo.

Así, por ejemplo, como se observa en la figura 14 y en la tabla 6, la variable con mayor impacto en el modelo es el WACC, seguida por el precio en el primer y el segundo año, y el nivel de producción del primer año. Esto tiene sentido en cuanto durante los primeros años el pozo tiene su mayor nivel de reservas y la operación será la más relevante pues el nivel de extracción es mayor, mientras que a medida que se agotan las reservas el nivel de operación también lo hará y, por tanto, el aporte de los ingresos para los últimos años del proyecto es menor.

Sin embargo, para efectos de este modelo se estipula que el nivel de producción y el WACC ya están dados y no cambiarán ya que, por un lado, no hay incertidumbre en cuanto a la presencia de petróleo y, por el otro, la estructura de capital se mantiene durante el proyecto; debido a lo anterior es posible decir que para este modelo estas variables son determinísticas. Respecto al precio del barril de petróleo este se considera estocástico con alta volatilidad, por lo que se incluirá en el proyecto como la incertidumbre que afecta en gran medida la evaluación financiera del modelo.

Figura 14. Gráfico Tornado



Fuente: elaboración propia.

Tabla 6. Tabla Tornado

Variable de entrada	Valor Presente				Entrada		
	Hacia abajo	Hacia arriba	Rango	Explicación de variación ¹	Hacia abajo	Hacia arriba	Caso base
WACC	\$2.705.255	\$2.532.975	\$172.280	40,86%	9%	11%	10%
Precio año 1	\$2.537.729	\$2.695.653	\$157.925	50,82%	38,962	47,620	43,291
Precio año 2	\$2.549.326	\$2.684.056	\$134.730	66,32%	39,001	47,668	43,334
Produce año 1	\$2.553.089	\$2.680.293	\$127.205	72,78%	28.800	35.200	32.000
Precio año 3	\$2.561.519	\$2.671.863	\$110.345	77,64%	39,040	47,716	43,378
Produce año 2	\$2.562.417	\$2.670.965	\$108.548	82,35%	27.000	33.000	30.000
Precio año 4	\$2.572.063	\$2.661.320	\$89.257	85,53%	39,079	47,763	43,421
Produce año 3	\$2.572.230	\$2.661.153	\$88.923	88,68%	24.300	29.700	27.000
Precio año 5	\$2.579.464	\$2.653.919	\$74.455	90,90%	39,118	47,811	43,465
Produce año 4	\$2.580.718	\$2.652.664	\$71.947	92,96%	21.600	26.400	24.000

Fuente: elaboración propia.

En cuanto a las flexibilidades de este proyecto se identificaron tres que estarán vigentes durante toda la duración del mismo: la primera es la posibilidad de reabrir otros tres pozos de producción y la mejora por el factor de recuperación de las reservas; la segunda opción es la de desinvertir, lo que representa cerrar los pozos de producción, vendiendo todos los equipos a la Agencia Brasileña de Petróleo (ANP), y la última opción es la de reducir la producción un 80 %.

Para valorar el proyecto a través de Opciones Reales, se construyen dos árboles, el del activo subyacente y el de la opción. El árbol del activo subyacente se construye a partir del valor presente del proyecto y sigue dos posibles trayectorias: alza (*u*) o baja (*d*) asociadas a unas probabilidades de ocurrencia neutrales al riesgo.

Los parámetros de entrada fueron los siguientes:

Tabla 7. Datos de entrada

Datos de entrada	
Valor actual del proyecto	\$2.616.691
Volatilidad	16,96%
Plazo	10
Pasos	10
Rf	2,98%

Fuente: elaboración propia.

La volatilidad calculada para el proyecto es de 16,96%, dato que se obtuvo aplicando el método de simulación de Montecarlo de Copeland y Antikarov, donde se establece que el flujo de caja sigue una trayectoria browniana geométrica (González, Mora y Solano, 2015).

El procedimiento inicia considerando el archivo pro-forma del proyecto, tomando el valor esperado de las variables inciertas, y calculando el valor presente del proyecto en el instante $t=0$ (V_0). Las variables inciertas relevantes del proyecto se toman como elementos de entrada en la simulación del flujo de caja proforma. Después, en cada simulación se calcula el flujo de caja y el valor presente de los flujos de caja al final del periodo 1 (V_1).

Se define entonces una variable aleatoria X como el retorno logarítmico del proyecto en el primer periodo, es decir:

$$X = Ln\left(\frac{V_1}{V_0}\right) \quad (15)$$

Sobre la serie de valores simulados de la variable se calcula la desviación estándar y se define la volatilidad del proyecto (Moreno, 2015, pp. 107-108).

Después de definir los datos de entrada es necesario realizar unos cálculos intermedios para construir los árboles binomiales:

Tabla 8. Cálculos intermedios

Cálculos intermedios	
Delta t	1
Alta	1,185
Baja	0,844
Prob neutral	0,547
Complemento	0,453
Dto	0,971

Fuente: elaboración propia.

El factor al alza, $u = e^{\sigma\sqrt{\delta t}} = e^{16,9\%*\sqrt{1}}$

El factor a la baja, $d = 1/u = 1/1,185$

La probabilidad riesgo neutral es equivalente a $p = \frac{e^{rf\delta t} - d}{u - d} = \frac{e^{2,98\%*(1)} - 0,844}{1,185 - 0,844}$

La probabilidad complementaria equivale a $q = 1 - p = 1 - 0,547$.

El factor de descuento $Dto = e^{-Rf*\delta t}$

Con estos *inputs* se puede estimar el árbol del activo subyacente (valor presente del proyecto) para los 10 años, como se muestra en la figura 15; si el valor del proyecto cayera siempre en proporción de 0,844, el menor valor que tomaría sería de US\$480.064 y el máximo valor si aumentara en proporción de 1,185 sería de US\$14.262.820.

Figura 15. Árbol del proyecto, activo subyacente

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
\$2.616.691	\$3.100.257	\$3.673.187	\$4.351.995	\$5.156.246	\$6.109.124	\$7.238.094	\$8.575.699	\$10.160.494	\$12.038.160	\$14.262.820
	\$2.208.550	\$2.616.691	\$3.100.257	\$3.673.187	\$4.351.995	\$5.156.246	\$6.109.124	\$7.238.094	\$8.575.699	\$10.160.494
		\$1.864.069	\$2.208.550	\$2.616.691	\$3.100.257	\$3.673.187	\$4.351.995	\$5.156.246	\$6.109.124	\$7.238.094
			\$1.573.318	\$1.864.069	\$2.208.550	\$2.616.691	\$3.100.257	\$3.673.187	\$4.351.995	\$5.156.244
				\$1.327.918	\$1.573.318	\$1.864.069	\$2.208.550	\$2.616.691	\$3.100.257	\$3.673.187
					\$1.120.795	\$1.327.918	\$1.573.318	\$1.864.069	\$2.208.550	\$2.616.691
						\$945.977	\$1.120.795	\$1.327.918	\$1.573.318	\$1.864.069
							\$798.427	\$945.977	\$1.120.795	\$1.327.918
								\$673.892	\$798.427	\$945.977
									\$568.781	\$673.892

Fuente: elaboración propia.

El segundo paso es calcular el valor de la opción de elección, para este proyecto significa la posibilidad de elegir entre tres estrategias: expandir la producción, contraer la operación o abandonar definitivamente el proyecto devolviendo el pozo a la ANP. Los *inputs* para evaluar estos escenarios son los siguientes:

Tabla 9. Tabla datos de las opciones reales

Datos opción expansión											
Factor expansión	1,20	1,18	1,16	1,14	1,12	1,10	1,08	1,06	1,04	1,02	1,00
Cto adquisición	\$ 400.000	\$ 393.333	\$ 386.667	\$ 380.000	\$ 373.333	\$ 366.667	\$ 360.000	\$ 353.333	\$ 346.667	\$ 340.000	\$ 333.333

Datos opción de contracción											
Factor contracción	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80
Ahorro	\$ 1.040.000	\$ 314.528	\$ 377.372	\$ 271.635	\$ 325.896	\$ 228.740	\$ 283.002	\$ 177.263	\$ 231.527	\$ 125.790	\$ 100.053

Datos opción abandonar											
Valor de salvamento	\$ 800.000	\$ 800.000	\$ 800.000	\$ 800.000	\$ 800.000	\$ 800.000	\$ 800.000	\$ 800.000	\$ 800.000	\$ 800.000	\$ 800.000

Fuente: elaboración propia.

El factor de expansión al inicio de la operación se podría ampliar en un 20 %, se estimó que dicho factor decrece durante la vida del proyecto debido a que es más probable poder abrir nuevos pozos al inicio del proyecto que al final pues las reservas de crudo se van agotando; lo anterior también explica por qué el costo de adquisición disminuye con el tiempo.

Por otro lado, el factor de contracción se mantiene constante asumiendo que durante todo el proyecto la operación se puede contraer a un 80 %, y que el ahorro de dicha contracción son los costos anuales de la operación reducidos en un 20 %.

En cuanto a la opción de abandonar el proyecto, la investigación de Magalhães Junior, da Silva Montezano y Teixeira Brandão (2007) plantea un valor de salvamento que se obtiene al vender los equipos y dar por terminado el proyecto, este es equivalente a US\$ 800.000.

Sin embargo, la opción por desarrollar es una *opción chooser* (escoger), la cual permite decidir entre los distintos caminos posibles, en este caso: expandir, abandonar, contraer o esperar.

La razón por la cual se valora esta opción, es que las opciones de abandonar, expandir o contraer están presentes durante todos los momentos del proyecto, y evaluarlas individualmente no tiene mucho sentido en cuanto “la firma nunca podrá expandir y contraer al mismo tiempo en un mismo nodo, o expandir y abandonar al mismo tiempo. Este comportamiento mutuamente excluyente es modelado por la opción de escoger” (Mun, 2006a).

Asimismo, como asegura Mun (2006a), la valoración de cada opción individualmente podría indicar que en un nodo la opción de expansión otorga el máximo valor –por tanto, es la mejor–, pero luego, al evaluar la opción de abandonar en este mismo nodo, la opción máxima puede ser abandonar, y entonces se estaría asumiendo independencia entre cada una lo cual no es la realidad del proyecto.

Es así como los parámetros establecidos anteriormente se incluirán para valorar el proyecto con una opción *chooser* (escoger); como se mencionó desde un principio, el método de valoración es discreto, razón por la cual se construirá un árbol binomial, el cual debe ser construido desde los nodos terminales hacia atrás.

Figura 16. Árbol del proyecto con opciones

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
\$3.133.353	\$3.428.808	\$4.017.134	\$ 4.706.548	\$5.514.277	\$6.460.628	\$7.569.390	\$8.868.435	\$10.390.421	\$12.173.607	\$14.262.820	← A
	\$2.443.934	\$2.861.936	\$ 3.352.833	\$3.928.240	\$4.602.398	\$5.392.253	\$6.317.662	\$ 7.401.889	\$ 8.672.188	\$10.160.494	
		\$2.041.451	\$ 2.388.975	\$2.798.385	\$3.278.639	\$3.841.313	\$4.500.552	\$ 5.272.929	\$6.177.860	\$ 7.238.094	
			\$ 1.707.170	\$1.994.598	\$2.335.624	\$2.736.460	\$3.206.087	\$ 3.756.310	\$4.440.961	\$ 5.156.244	
				\$1.431.357	\$1.666.259	\$1.949.389	\$2.283.940	\$ 2.675.906	\$3.135.140	\$ 3.673.187	
					\$1.207.231	\$1.394.028	\$1.627.024	\$ 1.906.251	\$2.233.399	\$ 2.616.691	
						\$1.031.448	\$1.170.808	\$1.357.968	\$1.591.020	\$ 1.864.069	
							\$ 899.406	\$ 993.309	\$1.133.405	\$ 1.327.918	
								\$ 821.409	\$ 864.588	\$ 945.977	
									\$ 800.000	\$ 800.000	
										\$ 800.000	← R

Fuente: elaboración propia.

En la figura 16, el cálculo de los nodos terminales se obtuvo encontrando la estrategia que entrega el máximo de rentabilidad entre contraer, expandir, abandonar o simplemente continuar. Para el nodo A, el valor de la opción de expandir es de $1(\$14.262.820) - \$333.333 = \$13.929.487$; el valor de la opción de contraer es de $0,8(\$14.262.820) + \$97.031 = \$11.507.287$; el valor de la opción de abandonar es de $\$800.000$, y el valor de continuar con el proyecto como actualmente se planteó se puede encontrar en el nodo S_0u^{10} equivalente a $\$14.262.820$. La decisión que para el nodo A maximiza el valor del proyecto es la de continuar bajo las condiciones normales¹³.

Por el contrario, en el nodo B, la opción escogida será la de abandonar el proyecto, porque el valor presente del mismo cae S_0d^{10} , y solo esta estrategia otorga el valor máximo, como se muestra a continuación: el valor de la opción de expandir es de $1(\$480.064) - \$333.333 = \$146.731$; el valor de la opción de contraer es de $0,8(\$480.064) + \$97.031 = \$481.083$; el valor de continuar con el proyecto es equivalente a $\$480.064$ mientras el valor de la opción de abandonar es de $\$800.000$.

En el nodo C el cálculo es diferente, pues es un nodo intermedio, el valor de este nodo es de $\$1.031.448$ USD. En este nodo se tienen nuevamente cuatro opciones: expandir, contraer, abandonar o no hacer nada, y dejar las opciones abiertas para ejercerlas a futuro. El valor de la opción de expandir es de $1,08(\$945.977) - \$360.000 = \$661.655$; el valor de la opción de contraer es de $0,8(\$945.977) + \$274.666 = \$1.031.448$, siendo la opción con el máximo valor; el valor de la opción de abandonar es de $\$800.000$ y el valor de continuar está dado por el

¹³ Cifras en USD.

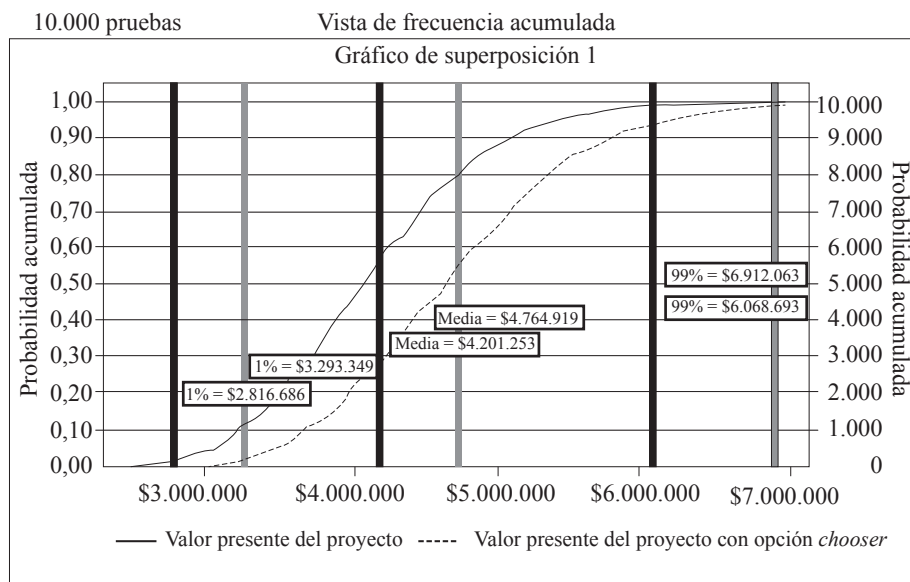
promedio ponderado de los posibles valores futuros de la opción descontado, esto es $[(p)*(\$1.170.808) + (q)*(\$899.406)] = \$1.028.938$.

El resultado de este árbol binomial es el valor del proyecto con la opción *chooser* y equivale a \$3.133.353, lo que significa que las flexibilidades incluidas y valoradas dentro del modelo le dan un valor adicional al proyecto de \$516.662.

Cabe mencionar que este resultado es obtenido a través de un análisis estático del proyecto; no obstante, utilizando las distribuciones de probabilidad (normal y Poisson) que se le atribuyeron al precio del barril mediante el movimiento browniano geométrico con saltos, es posible dinamizar el modelo y analizar el valor agregado de la opción dentro de una distribución de probabilidad.

El paso por seguir consiste en establecer los precios del barril de petróleo de los 10 años como variables de entrada que siguen un comportamiento browniano geométrico con saltos, esto significa que contienen factores de normalidad y Poisson. A continuación se establecen como variables de salida el valor presente del proyecto sin opción (\$2.616.691) y el resultado del valor presente del proyecto con opcionalidad (\$3.133.353); se simulan 10.000 escenarios en el *software* Crystal Ball y se obtiene la figura que se analizará a continuación.

Figura 17. Gráfico de superposición de v_p proyecto vs. v_p proyecto con opción *chooser*.



Fuente: elaboración propia.

En primer lugar, se observa que la curva se desplaza a la derecha por lo que la media de la distribución del proyecto con opción es mayor, y para un nivel de confianza del 99 % el valor presente del proyecto con opción *chooser* supera en US\$ 843.370 el valor presente del proyecto sin opción; de igual forma, a pesar de que ambas distribuciones presentan asimetría positiva, dado que la distribución del proyecto con la opción se mueve hacia la derecha permite acotar la cola izquierda, por lo que se reduce el ancho de la distribución y, por ende, las pérdidas por *downside risk*.

Lo anterior significa que bajo un análisis dinámico, en donde es posible analizar las distribuciones de probabilidad de ambos resultados, también es posible afirmar que las opciones reales otorgan un valor agregado al proyecto.

5. Conclusiones

La aplicación propuesta del modelo de árboles binomiales para la valoración de opciones reales consiguió evidenciar el valor agregado que da esta metodología en comparación con el enfoque tradicional de la valoración de flujo de caja descontado.

Las opciones reales logran capturar la existencia de opciones estratégicas en la toma de decisiones de inversión para los proyectos que tienen incertidumbre y flexibilidades. Al conocer este panorama el inversionista puede tomar decisiones valiosas con el paso del tiempo a medida que los niveles de incertidumbre se reducen gracias a la experiencia adquirida en el desarrollo del proyecto.

Ahora bien, como se mencionó desde un inicio, el enfoque de opciones reales no reemplaza la metodología de flujos de caja descontados para obtener el VPN; se entiende, por el contrario, como un complemento de la misma que monetiza el efecto de desconocer el futuro y poder optar por distintos escenarios.

En el presente trabajo se evidenció que la incertidumbre del proyecto estaba presente en la variable precio por barril de petróleo, y que las flexibilidades corresponden a las opciones de expandir la producción, abandonar la misma o reducir en cierta escala la operación para generar ahorros. Al valorar dicha opcionalidad se encontró un valor representativamente mayor al obtenido por medio del VPN.

No obstante, es preciso mencionar dos temas que a partir del presente trabajo quedan abiertos. En primer lugar, la existencia y estimación del error de muestreo, la cual surge al optar por una metodología de tipo discreto como son los árboles binomiales, y no en tiempo continuo como un modelo Black-Scholes. En segundo

lugar, también es importante reconocer que con el fin de acotar el desarrollo de este modelo se tomaron como determinísticas variables que por su naturaleza comportan riesgo, como por ejemplo: costo barril, tasa de descuento, producción, etc.; por esto se plantea la posibilidad de dar continuidad al presente documento, caracterizando cada una e incluyéndolas en el análisis del modelo para reconocer su impacto en los resultados.

Referencias

- Agencia Nacional de Hidrocarburos (2008). *Cadena productiva de los hidrocarburos*. Bogotá: ANH.
- Amram, M. y Kulatilaka, N. (1999). *Real Options - Managing Strategic Investment in an Uncertain World*. *Harvard Business School Press*, 25.
- Arce, J. y Mahía, R. (2003). *Modelos ARIMA: Análisis de estacionariedad de una serie*. Madrid: Universidad Autónoma de Madrid.
- Brandimarte, P. (2006). *Numerical methods in Finance and Economics*. Torino: Wiley Interscience.
- Brooks, C. (2008). *Introductory econometrics for finance*. Oxford: Cambridge University Press.
- Calle, A. M. y Tamayo, V. M. (2009). Decisiones de inversión a través de opciones reales. *Estudios Gerenciales*, 25(111), 107-126.
- Cartagena, E. (2000). *Uso de opciones reales en la evaluación de proyectos de inversión*. Valparaíso: Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.
- Colmenares, K. y Muñoz, E. (2008). *Análisis de riesgo e incertidumbre aplicado a la evaluación económica de proyectos de inyección de vapor*. Bucaramanga: IUS.
- Copeland, T. (2010). From Expected Cash Flows to Real Options. *Multinational Finance Journal*, papers.ssrn.com.
- Copeland, T. y Antikarov, V. (2001). *Real Options. A practitioner's guide*. New York: Texere.
- Damodaran, A. (2005). *The Promise and Peril of Real Options*. Stern School of Business .
- Domínguez Gijón, R. M. y Zambrano, A. Pronóstico con modelos ARIMA para los casos del Índice de Precios y la Acción de América Móvil. *Memoria del XXI Coloquio Mexicano de Economía Matemática y Econometría* (pp. 303-317).

- Fernández, P. (2008). *Valoración de opciones reales: dificultades, problemas y errores*. IESE Business School - Universidad de Navarra.
- Gallardo, M. y Andalaft, A. (2015). Análisis de la incorporación de flexibilidad en la evaluación de proyectos de inversión utilizando opciones reales y descuento de flujos dinámico. *Revista Horizontes Empresariales*, 7(1), 41-56.
- González, G., Mora, A. y Solano, J. G. (2015). Opciones reales aplicadas en redes integradas de servicios de salud empleando diferentes métodos de estimación de la volatilidad. *Estudios Gerenciales*, 31(136), 287-298.
- Gracia, I. (2014). *Análisis de las opciones reales en decisiones de inversión: Aplicación práctica a inversiones inmobiliarias*. Valencia.
- Hanke, J. y Reitsh, A. *Pronósticos en los negocios*. Washington: Eastern Washington University.
- Hernández, A. y Martínez, C. (2007). Modelo de opciones reales y aplicación al mercado petrolero. *El Trimestre Económico*, 74(294), 329-348.
- Hernández, C., Pedraza, L. F. y Escobar, A. (2008). Aplicaciones de las series de tiempo en modelos de tráfico para una red de datos. *Scientia et Technica*, 14(38). 31-36.
- Kodukula, P. y Papudesu, C. (2006). *Project Valuation using Real Options*. J. Ross Publishing.
- León, C. (2009). Una aproximación teórica a la superficie de volatilidad en el mercado colombiano a través del modelo de difusión con saltos. *Borradores de Economía* (005738).
- Lerche, I. y Mackay, J. (1999). *Economic risk in Hydrocarbon Exploration*. Elsevier Science & Technology Books.
- Licenciatura en Administración y Contaduría. Series de Tiempo. México: Universidad Nacional Autónoma de México.
- Magalhães Junior, F., da Silva Montezano, R. y Teixeira Brandão, L. (2007). *Valuation of onshore mature oil fields: The new bidding round in Brazil*. Rio de Janeiro. In 11th Annual Real Options Conference.
- Manotas, D. F. y Manyoma, P. C. (2001). La evaluación de proyectos de inversión mediante opciones reales: aspectos conceptuales. *Ingeniería y Competitividad*, 3(1), 7-18.
- Mascareñas, J. (2007). *Opciones reales en la valoración de proyectos de inversión*. Madrid: Universidad Complutense de Madrid.

- Mascareñas, J. (2010). *Opciones reales: introducción*. Madrid: Universidad Complutense de Madrid.
- Mauboussin, M. J. (1999). *Using Real Options in Security Analysis*. Credit suisse first boston corporation. Recuperado de <http://www.capatcolumbia.com/frontiers/Fof10.pdf>.
- Moreno, J. F. (2015). *Una introducción a las opciones reales*. Bogotá: Universidad Externado de Colombia.
- Mota, M. (2005). La evaluación de proyectos de inversión a través de los fundamentos de la teoría de opciones reales. *Administración y Organizaciones*,.
- Mun, J. (2006a). *Real Options Analysis*. Wiley Finance.
- Mun, J., Leggio, K. B., Bodde, D. B. y Taylor, M. L. (2006b). Real options and Monte Carlo simulation versus traditional DCF valuation in layman's terms. En Leggio, K. B., Bodde, D. B. y Taylor, M. L (eds). *Managing enterprise risk: what the electric industry experience implies for contemporary business (75-100)*. Elsevier.
- Mun, J. y Housel, T. (2010). *A Primer on Applying Monte Carlo Simulation, Real Options Analysis, Knowledge Value Added, Forecasting, and Portfolio Optimization*. Monterrey: Naval Postgraduate School.
- Romero, C. (2006). Los determinantes de la flexibilidad de los activos reales y la pertinencia de las opciones reales. *ODEON*, (3), 75-96.
- Schulmerich, M. (2005). *Real Options Valuation*. Munich: Springer.
- Támara, A. y Aristizábal, R. E. (2012). *Las opciones reales como metodología alternativa en la evaluación de proyectos de inversión*. Bogotá: EAFIT.
- Venegas, F. (2008). *Riesgos financieros y económicos*. México: Thomson.
- Venegas, F. y Fundia, A. (2006). Opciones reales, valuación financiera de proyectos y estrategias de negocios. Aplicaciones al caso mexicano. *El trimestre económico*, 73 (290), 363-405.
- Villamil, J. (2006). Modelos de valoración de opciones europeas en tiempo continuo. *Cuadernos de economía*, 25(44), 177-196.
- Yáñez, S. (2009). *Modelos de la binomial y de Black-Scholes para la valuación de opciones y algunas estrategias de inversión y control de riesgo*. México DF (Doctoral dissertation).