

Coberturas a los ingresos petroleros de la Nación. Caso Colombia, 2014-2016

Coverage to the oil revenues of the Nation. Case of Colombia, 2014-2016

Carmen Salcedo Saldaña*

* Consultora independiente. Magíster en Finanzas, Universidad Externado de Colombia, Bogotá (Colombia). [carmensalcedos@gmail.com].

Artículo recibido el 15 de junio de 2018.

Aceptado el 18 de julio de 2018.

Para citar este artículo:

Salcedo Saldaña, C. (2018). Coberturas a los ingresos petroleros de la Nación. Caso Colombia, 2014-2016. ODEON, 14, pp. 7-41.

DOI: <https://doi.org/10.18601/17941113.n14.02>

1. Dinámica reciente de las cuentas fiscales en Colombia

Algunos de los principales retos que ha enfrentado la economía colombiana, y en general los países emergentes, son el sobreendeudamiento público y la prociclicidad¹ de la política fiscal. Desde comienzos del 2000 se pudo observar un esfuerzo importante del Gobierno colombiano en estos frentes, entre los que se encuentran el fortalecimiento de las instituciones, una reducción de la deuda (interna y externa) como proporción del PIB, y la implementación de la regla fiscal², lo que en efecto contribuyó a reducir el riesgo de una crisis fiscal y a la estabilidad de las condiciones macroeconómicas del país.

Sin embargo, los avances alcanzados por el Gobierno hasta hace algunos años en términos fiscales y macroeconómicos se han venido revirtiendo: la deuda pública externa alcanzó su mayor nivel histórico a la vez que el déficit externo llegó a niveles máximos históricos en 2015, el gasto de inversión del Gobierno se redujo de manera importante como porcentaje del producto interno bruto (PIB) desde 2013 y la dinámica de la economía se deterioró de manera sustancial desde 2014, al punto que el mismo Banco de la República ha planteado que el PIB potencial de Colombia es inferior a sus estimaciones previas (Banco de la República, 2016). Este tipo de dinámicas pueden poner en riesgo la sostenibilidad de la deuda y han puesto al país en la lupa de las principales calificadoras de riesgo como candidato para ajustar a la baja la calificación crediticia³.

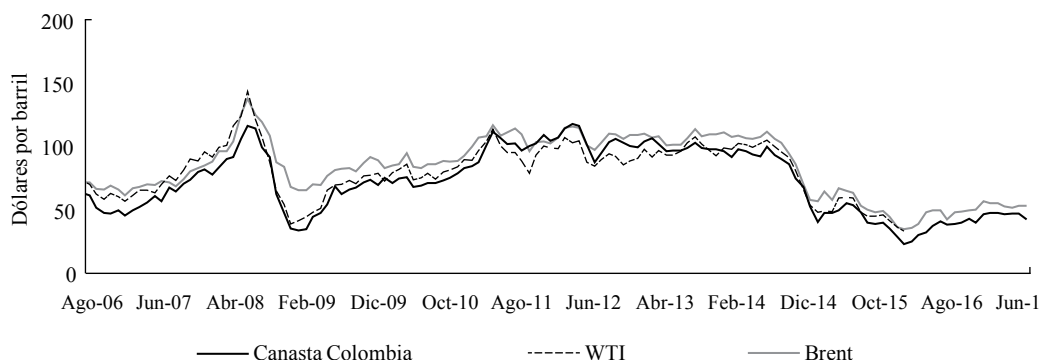
¹ En general está asociado a un incremento en el gasto público en periodos de auge económico y un recorte del gasto público en periodos de declive.

² La regla fiscal fue implementada en Colombia a partir del año 2012 con el objetivo limitar el crecimiento del déficit del Gobierno nacional central y procurar de esta manera la sostenibilidad de la deuda pública en el largo plazo. De acuerdo con Palacios, Alonso, Zuluaga y Quintero (2011); la regla fiscal se implementó como una regla cuantitativa bajo el precepto de que “la política fiscal pierde la capacidad de jugar un papel estabilizador del ciclo económico, y al contrario puede convertirse en fuente de prociclicidad ahondando la magnitud y la duración de la desaceleración económica y la crisis, con todos los efectos económicos y sociales que ello puede acarrear”.

³ El 18 de enero de 2017 Standard and Poor’s (S&P) reafirmó la calificación de Colombia en BBB y mantuvo la perspectiva negativa, argumentando que la perspectiva pesimista refleja el riesgo aún presente en la economía y que la carga de la deuda externa de la nación sigue siendo objeto de presión, incluso si se da un ajuste en el déficit de la cuenta corriente. El 10 de marzo de 2017 Fitch reiteró la calificación crediticia del país en BBB y mejoró la perspectiva de la calificación de negativa a estable, pero en julio del mismo año señaló que “la capacidad crediticia de Colombia podría ser presionada si el crecimiento es menor de lo esperado y los mayores déficits fiscales socavan los esfuerzos para estabilizar y reducir gradualmente la carga de la deuda del Gobierno”.

El deterioro de la dinámica de las cuentas fiscales y de la economía del país durante los últimos años ha estado altamente relacionado con la caída en los precios del petróleo experimentada desde la segunda mitad del 2014. En promedio, entre 2010 y 2016 el 46,6% de las exportaciones de Colombia fueron exportaciones petroleras y alrededor del 15% de los ingresos del Gobierno vinieron de este sector, lo que unido a la alta correlación entre los precios internacionales del petróleo y la mezcla de crudo colombiano se ha reflejado en un fuerte deterioro del ingreso nacional (figura 1). Adicionalmente, la moderación en el ritmo de crecimiento de la economía se ha reflejado en una reducción de los ingresos del Gobierno tanto por concepto de tributo como por concepto de los excedentes de capital.

Figura 1: Precios internacionales del petróleo y precio de la canasta Colombia



Nota: los precios del Brent y del WTI corresponden al contrato de futuros de un mes.
Fuente: Bloomberg, DANE. Cálculos de autor.

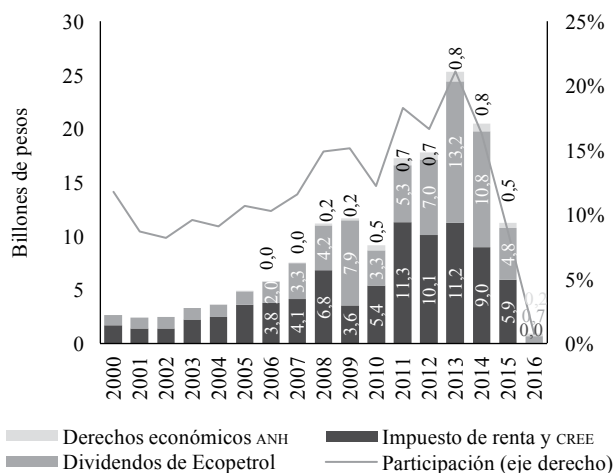
De acuerdo con los cálculos de la Asociación Colombiana de Petróleos⁴ los ingresos petroleros del Gobierno nacional central (GNC) llegaron a representar hasta el

El 17 de enero de 2017 Moody's reafirmó la calificación crediticia de Colombia en Baa2, con perspectiva negativa, y aunque en marzo del mismo año cambió la perspectiva a estable, en julio de 2017 publicó un comentario en el que advierte que alcanzar las metas propuestas en el Marco Fiscal de Mediano Plazo de 2017 puede ser retador. Finalmente, el 22 de febrero de 2018 Moody's bajo de estable a negativa la perspectiva de la calificación de la deuda del Gobierno argumentando un debilitamiento de los indicadores fiscales y un aumento en el riesgo asociado a las elecciones de 2018.

⁴ Informe estadístico petrolero, ver <https://acp.com.co/web2017/es/publicaciones-e-informes/informe-estadistico-petrolero.html>

23 % de los ingresos totales percibidos, entre ingresos por pagos del impuesto a la renta de las empresas petroleras, dividendos pagados por Ecopetrol y derechos económicos por contratos de la Agencia Nacional de Hidrocarburos (ANH) (figura 2). Lo anterior sin contar con los aportes que hace el sector petrolero a las regiones a través del pago de regalías, que en 2012 alcanzaron a representar el 1,3 % del PIB, el mayor nivel histórico.

Figura 2: Participación de los ingresos petroleros en los ingresos totales del Gobierno nacional central



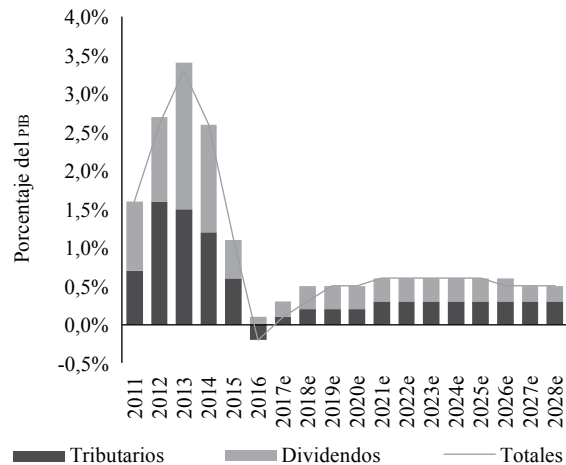
Fuente: Asociación Colombiana de Petr6leos; Ministerio de Hacienda. C6lculos propios.

De acuerdo con los c6lculos del Gobierno (Ministerio de Hacienda y Cr6dito P6blico, 2017) el choque fiscal⁵ entre de 2013 y 2016 fue de 3,9 % del PIB y estuvo asociado en un 82 % a un menor ingreso fiscal por la ca6da en los precios del petr6leo (3,2 puntos porcentuales). Los ingresos petroleros del GNC alcanzaron su m6ximo nivel como porcentaje del PIB en 2013 (3,3 % del PIB) y desde ese momento descendieron hasta alcanzar un nivel de 0,1 % del PIB en 2016. De acuerdo con el Marco Fiscal de Mediano Plazo de 2017, el Gobierno estima que durante los pr6ximos 10 a6os los ingresos petroleros del GNC promediar6n el 0,5 % del PIB

⁵ Entre 2013 y 2016 el Gobierno debi6 recortar el gasto de funcionamiento e inversi6n en 0,9 % del PIB, realizar una reforma tributaria que le representara un incremento en los ingresos no petroleros de 1,3 % del PIB, y generar un mayor d6ficit (permitido por la regla fiscal) equivalente a 1,7 % del PIB.

(figura 3); aunque en medio del incremento observado en los precios del petróleo en 2018 actualizaron sus proyecciones y ahora estiman un promedio de 1,2 % del PIB en ingresos petroleros para la próxima década (Ministerio de Hacienda y Crédito Público, 2018).

Figura 3: Ingresos del Gobierno nacional central como porcentaje del PIB



Fuente: Ministerio de Hacienda (MFMP, 2017).

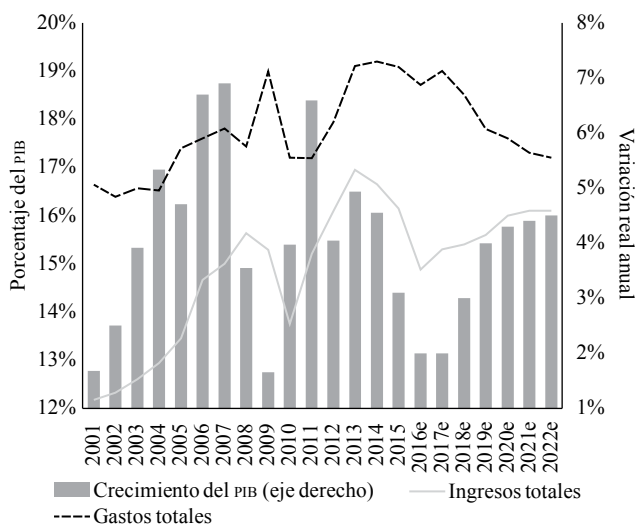
Cabe resaltar que los ingresos del Gobierno cayeron desde un máximo de 16,9 % del PIB en 2013, hasta 14,9 % del PIB en 2016, y ascendieron levemente hasta 15,6 % del PIB en 2017 (figura 4). Por su parte, las necesidades de gasto del Gobierno no se han reducido y han tendido a incrementarse en los últimos años en medio del proceso de paz, entre otros factores, por lo que a partir de la disminución de sus ingresos el Gobierno implementó tres reformas tributarias⁶ desde 2012.

Sin embargo, la implementación de las reformas tributarias no fue suficiente para cumplir con el déficit requerido por la regla fiscal, por lo que el Gobierno tuvo que corregir a la baja los niveles de gasto inicialmente propuestos en los presupuestos desde 2015 hasta 2017, y redujo la estimación del gasto entre 2018 y 2028 en el Marco Fiscal de 2017, frente a lo proyectado en Marco Fiscal de 2016. Y, de

⁶ Reforma tributaria, Ley 1607 de 2012; Reforma tributaria, Ley 1694 de 2013; Reforma tributaria, Ley 1739 de 2014, y Reforma tributaria estructural, Ley 1819 de 2016.

hecho, el Marco Fiscal de 2018 evidencia una proyección de gasto en 2019 de 18 % del PIB, inferior a la observada en 2017 (18,7 % del PIB) y 2018 (18,1 % del PIB).

Figura 4: Ingresos y gastos del Gobierno nacional central



Fuente: Ministerio de Hacienda, DANE. Cálculos propios.

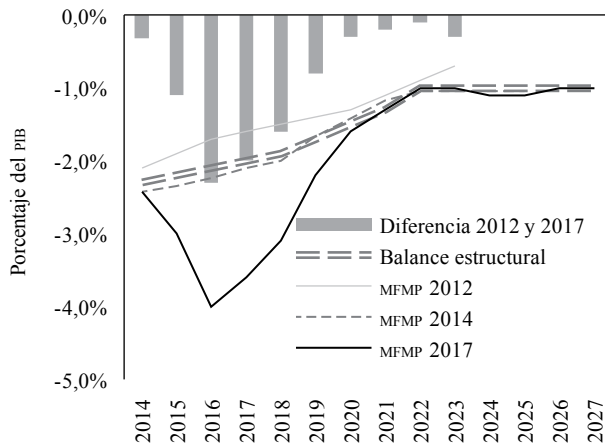
Bajo este escenario, salvo en 2012, desde que existe la regla fiscal el déficit estructural no se ha cumplido (figura 5), debido a que esta regla permite un aumento en el déficit hasta un nivel igual al componente cíclico: en la medida en que los precios del petróleo y el crecimiento de la economía se ubiquen por debajo del nivel de largo plazo establecido por el comité consultivo de la regla fiscal, se abrirá un espacio de generación de déficit, el cual a su vez representa un aumento en las necesidades de endeudamiento del Gobierno en el corto y mediano plazo.

Por ejemplo, el déficit en 2016 ascendió a 4 % del PIB, un nivel superior al déficit estructural de 2,1 % del PIB; en 2017 el déficit efectivo se ubicó 1,6 puntos porcentuales por encima del déficit estructural, en 3,6 % del PIB, y el Gobierno estima que en 2018 el déficit efectivo del GNC superará en 1,2 % del PIB el balance estructural definido para la regla fiscal⁷ (figura 5). En consecuencia, la deuda bruta del

⁷ Cabe resaltar que cerca del 75 % del mayor déficit (frente a los niveles estructurales establecidos por la regla fiscal) y el aumento en el nivel de endeudamiento estuvo asociado al ciclo energético.

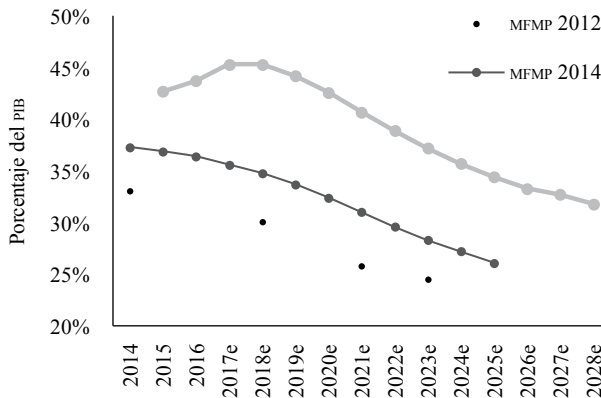
Gobierno se incrementaría en 2018 hasta 45,3 % del PIB (figura 6) (Ministerio de Hacienda y Crédito Público, 2017), lo que implica un nuevo aplazamiento del objetivo de 25 % en 2023 que establecía la regla fiscal inicialmente (figura 5) (Ministerio de Hacienda y Crédito Público, 2012).

Figura 5: Estimación del déficit efectivo del Gobierno nacional central



Fuente: Ministerio de Hacienda. Cálculos propios.

Figura 6: Objetivo de deuda bruta del Gobierno nacional central según la regla fiscal



Fuente: Ministerio de Hacienda.

Los menores ingresos percibidos por el Gobierno, y las preocupaciones alrededor del aplazamiento en el logro de la meta de reducción del déficit a los niveles que se planteaban inicialmente, motivaron a que a finales de 2016 el Gobierno implementara una reforma tributaria estructural. De acuerdo con las estimaciones, esta reforma tributaria debía incrementar los ingresos en un promedio de 1,9 % del PIB cada año entre 2017 y 2022; sin embargo, las estimaciones de gasto del Gobierno en el Marco Fiscal de Mediano Plazo de 2017 fueron corregidas a la baja frente a lo que se estimaba en 2016 en un promedio de 0,5 % del PIB cada año entre 2018 y 2022, y las cifras de recaudo de 2017 demostraron que las estimaciones del Gobierno con respecto a la reforma tributaria no se cumplieron (Salcedo, 2018).

Por otro lado, durante los últimos años el recorte en el gasto del Gobierno ha sido un mecanismo de ajuste del déficit para cumplir con la regla fiscal y el gasto ha registrado una tendencia descendente, lo cual ha sido un limitante para la dinámica de crecimiento de la economía (figura 4). De esta manera, se observa que durante los últimos años la política fiscal en Colombia ha mantenido el sesgo procíclico y de antiinversión pública que tenía como objetivo eliminar la regla fiscal (Suescún, Prada, Prieto, González y De la Calle, 2011). Se ha experimentado un aumento en la carga tributaria y una reducción en el gasto del Gobierno a pesar de que la actividad económica empezó a registrar una desaceleración en 2012 (figura 4).

Adicionalmente, la fuerte caída en los precios del petróleo observada desde mediados de 2014 se reflejó en altos niveles de devaluación del peso, lo que influyó un aumento importante en el déficit de la cuenta corriente y se constituyó en un limitante adicional del crecimiento del gasto del Gobierno. De hecho, las estimaciones de gasto plasmadas en los Marcos Fiscales de 2017 y 2018 (Ministerio de Hacienda y Crédito Público, 2017, 2018) muestran que en el mediano plazo la política fiscal continuará siendo procíclica, por lo que seguirá limitando la recuperación de la economía y la reducción del déficit fiscal.

Aunque a la fecha existe un informe de la Comisión del Gasto Público y de la Inversión que propone cómo redistribuir los ingresos de una manera más eficiente, existe alta incertidumbre sobre el resultado final de la implementación de esta evaluación. Esto último se encuentra asociado al bajo porcentaje de aprobación que han tenido las últimas reformas políticas y económicas en el Congreso (Reforma Tributaria 2016 y Acuerdos de Paz), y a que el 2018 fue año de elecciones presidenciales (lo cual dificulta la incorporación de las recomendaciones en 2019).

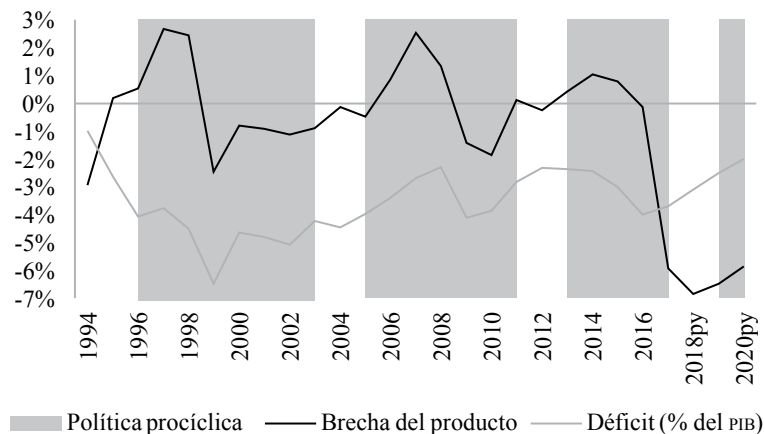
Por otro lado, dicha incertidumbre también está asociada a que a pesar de que se incorporen en su totalidad las reformas al gasto en 2018 o 2019 se requiere de un periodo de transición que supone una reducción del gasto gradual. Bajo este

escenario, se incrementa la necesidad de implementar una nueva reforma tributaria a finales de 2018 y máximo en 2019, justo en el comienzo de un nuevo ciclo de gobierno. De no realizarse, podrían observarse mayores recortes de gasto en momentos en los que las cuentas fiscales estarán además expuestas a los gastos asociados a la paz.

Teniendo en cuenta el riesgo que suponen para la sostenibilidad de la deuda los altos niveles de déficit, se hace necesario limitar su crecimiento; para ello existen varias opciones, entre las que se encuentran un nuevo recorte de gasto, un aumento del recaudo o el diseño de un mecanismo que garantice los niveles de ingresos petroleros aun cuando se materialicen los riesgos de una caída en los precios del petróleo.

Ahora bien, la naturaleza del gasto fiscal hace que la capacidad de recortes en el mismo sea limitada, y, adicionalmente, un recorte de estos en momentos en los que la economía se encuentra desacelerada o en recuperación, y cuando adicionalmente se proyecta que la brecha del producto se mantendrá negativa hasta 2025 (Ministerio de Hacienda y Crédito Público, 2017; 2015) (figura 7), podría reflejarse en un fortalecimiento de la tendencia de desaceleración económica. Un aumento en los impuestos en estas condiciones del ciclo económico también hace parte de una política fiscal procíclica, aunque es el camino que puede estar evaluando actualmente el Gobierno por su facilidad de implementación.

Figura 7: Evidencia de política fiscal procíclica



Fuente: Corficolombiana (basada en Archivos de Economía, Documento 300), Ministerio de Hacienda.

Bajo este escenario, se hace necesario evaluar otro tipo de herramientas, como las asociadas a la administración de riesgos, que puedan limitar la pérdida en el nivel de ingresos petroleros. Si la herramienta funciona el Gobierno podría cumplir con el balance estructural que indica la regla fiscal, o por lo menos el déficit adicional al estructural sería inferior a la magnitud que permite la regla fiscal a través del ciclo energético. Lo anterior no solo reduciría el ritmo de incremento en el endeudamiento en épocas de crisis, sino que se le daría espacio de crecimiento a la economía a través de menores recortes de gasto e incrementos de la carga impositiva.

Teniendo en cuenta el reciente deterioro de las cuentas fiscales, asociado a la caída en los precios del petróleo observada entre 2014 y 2017, este trabajo se centrará en evaluar el desempeño de un mecanismo de cobertura con opciones *put* europeas contra las fluctuaciones de los precios internacionales del petróleo para el GNC. El objetivo será estimar el balance del GNC en 2014, 2015 y 2016, considerando que se hubiera contado con coberturas a los ingresos petroleros. Se espera que esta cobertura genere una mejora en el balance del GNC frente a los resultados efectivamente observados por el Gobierno en la situación de plena exposición.

Dado que este artículo pretende hacer una primera aproximación teórica a lo que sería un mecanismo de cobertura implementado por el Gobierno, lo primero que se hará es establecer un modelo de carácter estocástico que describa el comportamiento de los precios del petróleo Brent (para el que existen diversas aproximaciones). Aunque describir la trayectoria de los precios del petróleo no es el objetivo principal de este trabajo, se espera que el modelo escogido otorgue la flexibilidad suficiente para ser adaptado a otros tipos de subyacente, con miras a poder describir en el futuro, por ejemplo, la trayectoria de los precios de los tipos de petróleo colombiano (que no cuentan con la liquidez en los mercados financieros internacionales y que no han sido sujetos de este tipo de estudios) y en extensiones a este trabajo. Una vez establecido un modelo para la trayectoria del subyacente deberá valorarse el derivado, para lo cual se utiliza una aproximación por Monte Carlo.

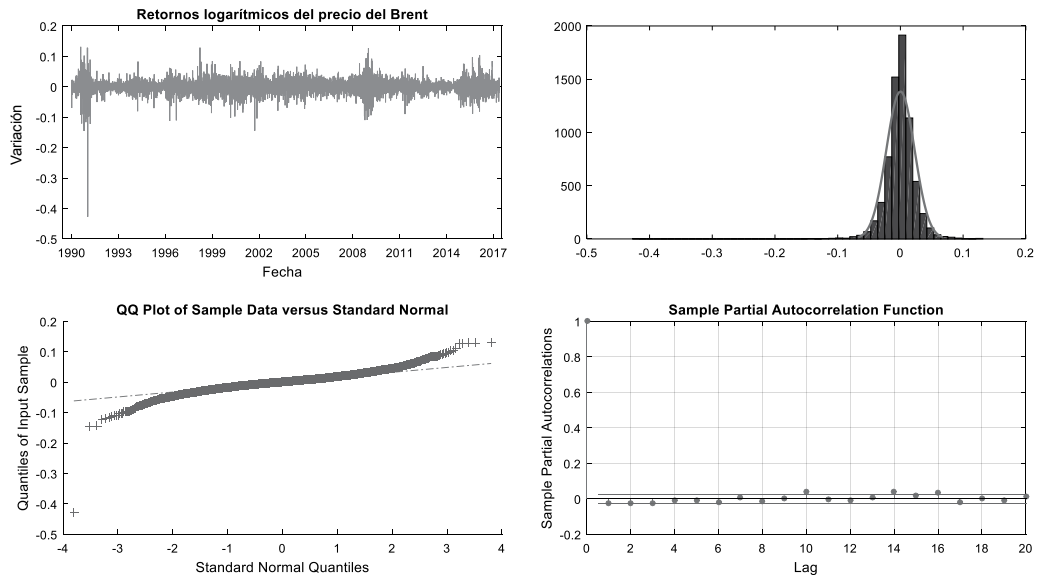
2. Metodología

2.1. Estadísticas descriptivas

Se evaluaron los retornos diarios (retornos logarítmicos) de la serie de precios del Brent (futuros de un mes) entre el 3 de enero de 1990 y el 19 de mayo de 2017,

expresada en dólares por barril. En la figura 8 se observa que los retornos de los precios se concentran alrededor de cero con altas fluctuaciones en diversos momentos del tiempo, lo que en una primera evaluación sugiere que el comportamiento de los datos no sigue una distribución normal.

Figura 8: Estadísticas descriptivas sobre retornos logarítmicos del precio del Brent



Fuente: Bloomberg. Cálculos propios.

En una segunda instancia, se realizó el histograma de los datos con el fin de analizar la distribución de los retornos, se encontró que los datos se concentran alrededor de la media en el intervalo $-0,01$ y $0,01$. De hecho, la curtosis de la serie es positiva ($k = 25,0505$) y mayor a 3, lo cual confirma que la distribución de los datos es leptocúrtica, es decir, presenta un alto grado de concentración alrededor de la media.

El gráfico de cuantil-cuantil (qq plot), el cual muestra la relación entre los cuantiles de la serie de los retornos del Brent y los teóricos de una distribución normal, presenta quiebres en ambos extremos, lo que confirma la presencia de colas pesadas y, por tanto, evidencia que la distribución de los datos no se ajusta a una normal (tabla 1). Finalmente, se realiza la prueba de normalidad Jarque Bera sobre la serie de retornos, la cual da como resultado el rechazo de la hipótesis nula de normalidad en los mismos.

Tabla 1: Estadísticas descriptivas (retornos del Brent)

Observaciones	6981
Estadísticos de forma	
Curtosis	25,05
Simetría	-1,1
Estadísticos de tendencia central (%)	
Media	0,01
Mediana	0,05
Moda	0,00
Máximo	13,15
Mínimo	-42,72
Estadísticos de dispersión de los retornos (%)	
Desviación Estándar	2,25
Varianza	0,05

Fuente: elaboración propia.

Finalmente, se evaluó la independencia de los retornos diarios del Brent a través de pruebas de autocorrelación y autocorrelación parcial. En el primer caso, se realizó la prueba de Ljung y Box, la cual indicó la existencia de correlación positiva perfecta entre los distintos periodos de la volatilidad de los retornos del Brent. En otras palabras, se demuestra que la volatilidad de un periodo específico está relacionada con sus valores pasados. Por último, la prueba de autocorrelación parcial sugiere un modelo AR(1).

Tras el análisis de las estadísticas descriptivas se concluyó que los retornos de los precios del Brent (futuros a un mes) presentaban una tendencia de reversión a la media (en línea con lo que sugiere la literatura) y colas pesadas, por lo que se evaluaron distintos modelos que reunían uno o ambos de estos comportamientos.

2.2. Evaluación de los modelos para describir la trayectoria de los precios del Brent

Al analizar los precios de los *commodities* y, en especial, los precios del petróleo, se observa una dinámica difícilmente predecible, en la que factores además de la oferta y la demanda, tales como problemas geopolíticos, económicos y ambientales, que no son predecibles, pueden desencadenar variaciones en los precios a lo largo

del tiempo. Estas características nos describen el comportamiento de los precios del petróleo como un proceso aleatorio a través del tiempo, es decir, estocástico. Teniendo en cuenta lo anterior, el paso por seguir es determinar la forma en la que se representará la trayectoria de estos. Así pues, se evalúan en primer lugar los procesos de Markov, en los que la probabilidad de que ocurra un evento depende solamente del evento inmediatamente anterior.

Como los precios de este tipo de activos están influenciados por un componente de *reversión a la media*, se evalúa el proceso de reversión a la media para tratar de representar la trayectoria de los precios del Brent. Cabe resaltar que, aunque este es un proceso de Markov, no tiene incrementos independientes, por lo que se considera que los cambios esperados en el precio del activo S_t están en función de la diferencia entre el último precio observado y el precio de equilibrio de largo plazo. La ecuación de Ornstein-Unlenbeck es la más usada en variables de este tipo y se describe a continuación:

$$dS_t = \eta_t (\bar{S}_t - S_t) dt + \sigma dW_t \quad (1)$$

Donde: S_t es el precio del activo, \bar{S}_t es el precio del activo al que el proceso revierte en el largo plazo, η es el parámetro de velocidad de la reversión, σ es el parámetro de volatilidad y dW_t es el incremento de Wiener o proceso de ruido blanco. Si bien la ecuación de Ornstein-Unlenbeck representa la volatilidad de los retornos futuros a través del proceso de reversión a la media, solo describe parte de la trayectoria del subyacente que sugiere la evidencia empírica, pues deja de lado las colas pesadas.

Se evaluaron otros procesos de reversión a la media, como el propuesto por Brennan y Schwartz en 1985 de un factor, el de dos factores planteado por Gibson y Schwartz en 1990, y el de uno y dos factores los planteados en 1997 por Schwartz. Sin embargo, además de que solo describen parte de la trayectoria de los precios, se encontraron otros obstáculos para su implementación, a saber:

- Brennan y Schwartz (Mejía, 2016; Brennan y Schwartz, 1985):

Lo autores señalaron que el precio *spot* estándar sigue un MBG:

$$dS_t = \mu_t S_t dt + \sigma_t S_t dW_t \quad (2)$$

Donde: dS_t es el incremento del precio entre el momento t y dt , μ_t es el retorno esperado exclusivamente del precio, σ_t es la desviación estándar de los retornos del precio y dW_t es el incremento de un movimiento Browniano estándar. En este tipo

de modelos los precios tienden a desviarse de la media cuando el tiempo converge a infinito, lo cual se aleja de la definición de nuestro subyacente. Según el análisis descriptivo de los retornos de los futuros a un mes del Brent, la trayectoria de los precios revierte a la media y la correlación entre los distintos periodos de volatilidad es positiva perfecta; en este sentido, el uso de MBG no resulta adecuado para modelar la trayectoria de los precios del petróleo Brent.

- Gibson y Schwartz (Abrao, 2010; Gibson y Schwartz, 1990):

Estos autores plantean un modelo de dos factores, el precio del petróleo y la tasa de conveniencia:

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma_1 dW_1 \quad (3)$$

$$d\delta_t = \kappa(\alpha - \delta_t) dt + \sigma_2 dW_2 \quad (4)$$

$$dW_1 dW_2 = \rho dt \quad (5)$$

Donde: δ es la tasa de conveniencia instantánea del petróleo, κ es la velocidad de reversión a la media, α es el nivel de equilibrio de largo plazo de los precios del petróleo y ρ es el coeficiente de correlación entre los dos movimientos Brownianos estándar. El modelo de Gibson y Schwartz es un modelo no estándar, debido a que los movimientos Brownianos correspondientes a cada uno de los procesos estocásticos (el precio y la tasa de conveniencia) están correlacionados. La tasa de conveniencia instantánea (prima por disponibilidad del bien) es estocástica, lo que implica el uso de un conjunto de datos diferente y pone mayor complejidad matemática a la modelación, por lo que descartamos el modelo.

- Schwartz (Mejía, 2016; Schwartz, 1997):

El autor presenta tres modelos distintos para precios de activos, a saber:

Modelo 1: es un modelo de un factor y supone que el logaritmo del precio *spot* del *commodity* sigue un proceso de reversión a la media del tipo de Ornstein-Uhlenbeck.

$$dS_t = \kappa(\mu - \ln S) s_t dt + \sigma S_t dW_t \quad (6)$$

Donde: dS_t es el incremento en el precio del activo entre el momento t y dt , μ es la media instantánea del retorno simple del precio en el largo plazo, κ es la velocidad de reversión del retorno instantáneo a la media de largo plazo, $\sigma > 0$ es la desviación estándar de los retornos del precio y dW_t es el incremento de un movimiento browniano estándar.

Modelo 2: es un modelo de dos factores que incluye, además del precio *spot* del *commodity*, el rendimiento de conveniencia como factor estocástico.

$$dS_t = (\mu - \delta)S_t dt + \sigma_1 S_t dW_1 \quad (7)$$

$$d\delta_t = \kappa(\alpha - \delta)dt + \sigma_2 dW_2 \quad (8)$$

$$dW_1 dW_2 = \rho dt \quad (9)$$

Donde: dS_t es el incremento en el precio del activo entre el momento t y dt , μ es el retorno esperado total del precio, $\sigma_1 > 0$ es la desviación estándar instantánea exclusivamente de los retornos del precio, dW_1 es el incremento de un movimiento Browniano estándar, $d\delta_t$ es el incremento de la tasa neta *spot* de conveniencia entre el momento t y dt , α es la media de largo plazo de la tasa neta de conveniencia, κ es la velocidad de reversión a la media de largo plazo de la tasa de conveniencia, $\sigma_2 > 0$ es la desviación estándar instantánea exclusivamente de la tasa neta de conveniencia, dW_2 es el incremento de un movimiento Browniano estándar y ρ es el coeficiente de correlación entre los dos movimientos brownianos estándar.

Modelo 3: adiciona al segundo modelo la tasa de interés estocástica instantánea. Es un modelo de tres factores de reclamaciones contingentes para *commodities*, cuyos factores estocásticos son el precio *spot*, la tasa instantánea de conveniencia y la tasa de interés instantánea. Al asumir un proceso simple de reversión a la media para la tasa de interés instantánea libre de riesgo, y suponiendo que esta sigue un proceso estocástico de Ornstein-Uhlenbeck, el Modelo 2 puede extenderse fácilmente a un modelo de tres factores (Schwartz, 1997).

Los modelos de dos y tres factores propuestos por Schwartz en 1997 involucran la tasa de conveniencia y una tasa de interés estocástica (Modelo 3), para lo cual se requiere el uso de un conjunto de datos distinto para la estimación del modelo y le agrega complejidad matemática al trabajo, el cual no tiene como objetivo principal describir la trayectoria del subyacente.

Con el objetivo de involucrar las colas pesadas, las cuales representan los valores extremos que pueden tomar los datos en el tiempo, se evaluó otro proceso de Markov: *el proceso de difusión por saltos o proceso de Poisson*. Este proceso se caracteriza por la presencia de saltos discretos e infrecuentes en el tiempo de los datos. Sin embargo, el proceso de difusión por saltos o proceso de Poisson por sí solo no representa la dinámica de los retornos de los precios futuros del Brent observado en el análisis descriptivo de los datos: la tendencia de reversión a la media de los retornos. En ese sentido, se descarta el uso del modelo.

En la descripción de los procesos anteriores se ha evidenciado que las características del activo subyacente por analizar (precio del futuro a un mes del petróleo Brent) están representadas en varios de estos procesos y no en uno solo. En realidad, elegir cuál es el proceso más apropiado para representar la incertidumbre asociada a la valoración del activo no ha sido tarea fácil a lo largo de la historia de las finanzas modernas. De hecho, solo hasta 1976 Merton presentó uno de los primeros modelos mixtos con el objetivo de describir el comportamiento de los precios de las acciones, una fórmula diferencial del MBG integrado con un proceso de Poisson compensado para representar el efecto de nuevos acontecimientos sobre los precios al tiempo que representaba el efecto sobre los precios de sucesos extraños y esporádicos en el tiempo (Merton, 1976); sin embargo, como se mencionó, los precios del petróleo no siguen un MBG, por lo que la combinación de procesos planteada por Merton no es adecuada en este caso.

Por su parte, Dias y Rocha (1999) presentaron un modelo de múltiples factores integrado con un proceso de difusión por saltos para representar el comportamiento estocástico de los precios del petróleo en la valoración de opciones reales, y utilizaron un modelo de reversión a la media, lo cual se encuentra en línea con la información que las estadísticas descriptivas nos han dado de la serie de precios. La ecuación del modelo está representada de la siguiente manera:

$$\frac{dS_t}{S_t} = \left[\eta (\bar{S}_t - S_t) - \lambda k \right] dt + \sigma dW_t + dq \quad (10)$$

Donde: S_t es el precio del activo, \bar{S}_t es el precio del activo al que el proceso revierte en el largo plazo, η es el parámetro de velocidad de la reversión, σ es el parámetro de volatilidad, dW_t es el incremento de Wiener o proceso de ruido blanco, $k = E[\phi - 1]$, dq es el incremento del proceso de Poisson que asume un valor de cero con $1 - \lambda$ de probabilidad y $\phi - 1$ con λdt de probabilidad.

La incertidumbre acerca del tamaño y la dirección del salto está representada por ϕ . En este modelo el k (tamaño y dirección del salto) puede presentar un comportamiento sistemático, por lo que no es posible modelar un portafolio bajo riesgo neutral. Dado que la idea es usar el modelo para efectos de valoración se descarta también el uso de este modelo.

Finalmente, se tuvo en cuenta el trabajo realizado por Aba Oud y Goard (2015), en el cual se evalúan 11 modelos unifactoriales que describen los precios del petróleo. Ocho de los 11 modelos evaluados son ampliamente conocidos en la literatura, algunos de ellos ya fueron descritos anteriormente en este trabajo, y los tres restantes son una propuesta de los autores: “Modelos de tres cuartos”. Esta propuesta implica un proceso de reversión a la media con una tasa de reversión dependiente del nivel de precios, lo que significa que después de presentar fuertes aumentos los precios pueden caer rápidamente. La propuesta de los autores es incluir un término de difusión de la forma $\sigma P^{3/4}$ con el objetivo de reducir la variabilidad de los precios del petróleo:

$$\text{Modelo 1: } \alpha S dt + \sigma S^{3/4} dW \quad (11)$$

$$\text{Modelo 2: } \alpha \sqrt{S} dt + \sigma S^{3/4} dW \quad (12)$$

$$\text{Modelo 3: } \left(\alpha \sqrt{S} + bS \right) dt + \sigma S^{3/4} dW \quad (13)$$

El Modelo 3, con $b < 0$, es un proceso de reversión a la media no lineal y asume que el precio *spot* revierte a una constante (a^2 / b^2) con tasa de reversión proporcional a \sqrt{S} . Por tanto, y de acuerdo con los autores, este modelo genera un balance que incorpora una fuerte reversión a la media para altos niveles de precio del petróleo. El modelo presenta problemas en los procesos de estimación de los parámetros debido a la dependencia markoviana del mismo, por lo que no fue utilizado en este trabajo (tabla 2).

Los modelos evaluados que incorporaban la tendencia de reversión y saltos a la vez representaban una amplia complejidad matemática a la hora de estimar los parámetros, por lo que se procedió a evaluar otro tipo de modelos. De esta manera, teniendo en cuenta que el comportamiento de colas pesadas puede describirse no solo a través de saltos sino también por medio de volatilidades estocásticas y comportamientos fraccionados, se decidió usar este último para la modelación de la trayectoria de los precios.

Tabla 2: Modelos evaluados para calcular la trayectoria del subyacente, petróleo Brent

Nombre del modelo	Modelo	Referencias
Movimiento Browniano Geométrico (MBG)	$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t$	Brennan & Schwartz, 1985
Reversión a la media puro, Ornstein-Unlenbeck	$dS_t = \eta_t (\bar{S}_t - S_t) dt + \sigma dW_t$	Venegas, 2008
	$dS_t = \kappa (\mu - \ln S) S_t dt + \sigma S_t dW_t$	Schwartz, 1997 Mejía, 2016
Proceso de difusión por saltos o de Poisson	$\frac{dS_t}{S_t} = (\mu - \lambda k) dt + \sigma dW_t + dq$	Merton, 1976
Reversión a la media y saltos	$\frac{dS_t}{S_t} = [\eta (\bar{S}_t - S_t) - \lambda k] dt + \sigma dW_t + dq$	Dias & Rocha, 1999
Modelo de 2 factores	$dS_t = \mu S_t dt + \sigma_1 dW_1$ $d\delta_t = \kappa (\alpha - \delta_t) dt + \sigma_2 dW_2$ $dW_1 dW_2 = \rho dt$	Gibson & Schwartz, 1990 Abrao Roriz, 2010
Modelo de 2 factores	$dS_t = (\mu - \delta) S_t dt + \sigma_1 S_t dW_1$ $d\delta_t = \kappa (\alpha - \delta) dt + \sigma_2 dW_2$ $dW_1 dW_2 = \rho dt$	Schwartz, 1997 Mejía, 2016
Modelo de 3 factores	$dS_t = (\mu - \delta) S_t dt + \sigma_1 S_t dW_1$ $d\delta_t = \kappa (\alpha - \delta) dt + \sigma_2 dW_2$ $dr = \alpha (m^* - r) dt + \sigma_3 dW_3$ $dW_1 dW_2 = \rho dt$ $dW_2 dW_3 = \rho dt$ $dW_1 dW_3 = \rho dt$	Schwartz, 1997
Modelo de tres cuartos	$(\alpha \sqrt{S} + bS) dt + \sigma S^{3/4} dW$	Aba Oud & Goard, 2015

Fuente: elaboración propia.

El modelo de Schwartz y Smith (ss) (2000) es un modelo de dos factores que fracciona el comportamiento de los precios en corto y largo plazo, cuya volatilidad se supone constante. El modelo ha sido utilizado de manera recurrente para describir el precio del petróleo y otros *commodities* con una alta asertividad, y la

estimación de los parámetros ha sido resuelta en otros trabajos, y ha reducido la complejidad matemática en su aplicación. De hecho, este documento se basará en el trabajo de Dominic Goodwin (2013) sobre precios del cobre para la calibración de los parámetros.

Schwartz y Smith propusieron un modelo de dos factores para describir la trayectoria de los precios de los *commodities*. El modelo simula los precios a través de un modelo de corto plazo y uno de largo plazo que permiten la reversión a la media de los precios y la incertidumbre en el nivel de equilibrio al que los precios reversionen en el largo plazo.

El modelo de precios se define bajo un espacio de probabilidad (Ω, \mathcal{F}, P) , en el que Ω representa todos los posibles precios que puede tomar el activo, \mathcal{F} es una σ -álgebra, una colección de subconjuntos no vacíos de Ω , y P es la medida de probabilidad. Así pues, el sistema de ecuaciones del modelo de dos factores de ss está dado por:

- Modelo de corto plazo, un browniano geométrico:

$$dX_t = -\kappa X_t dt + \sigma dW_t^X \quad (14)$$

- Modelo de largo plazo, un browniano aritmético:

$$dY_t = \mu dt + \eta dW_t^Y \quad (15)$$

- Precio del activo:

$$S_t = e^{X_t + Y_t} \quad (16)$$

Donde: X_t describe las desviaciones de los precios en el corto plazo, los cuales reversionen a la media y están representados a través de un proceso Ornstein-Unlenbeck. La velocidad de reversión de los precios está representada por κ , mientras que la volatilidad está representada por σ .

Por su parte, Y_t describe la incertidumbre en el largo plazo en el nivel de precios de equilibrio. Este nivel de equilibrio de los precios es descrito a través de un movimiento Browniano, y los cambios en este proceso, a diferencia de los ocurridos en el modelo de corto plazo, son fundamentales y se espera que persistan;

μ representa la tendencia y η la volatilidad. Finalmente, S_t describe la dinámica conjunta de los dos procesos de precios.

Retomando las ecuaciones previas, la solución del sistema de ecuaciones está dada por:

- Modelo de corto plazo, un Browniano geométrico: $dX_t = -\kappa X_t dt + \sigma dW_t^X$

$$X_T = e^{-k(T-t)} X_t + e^{-kT} \sigma \int_t^T e^{ks} dW_s^X \quad (17)$$

$$E[X_T | X_t] = e^{-k(T-t)} X_t \quad (18)$$

$$Var(X_T) = \frac{\sigma^2}{2k} \left(1 - e^{-2k(T-t)}\right) \quad (19)$$

- Modelo de largo plazo, un Browniano aritmético: $dY_t = \mu dt + \eta dW_t^Y$

Dado que en el modelo la variable de precio no tiene dependencia de sí misma es posible integrar directamente, por lo que se obtiene:

$$Y_T - Y_t = \mu(T-t) + \eta \int_t^T dW_s^Y \quad (20)$$

$$E(Y_T) = Y_t + \mu(T-t) \quad (21)$$

$$Var(Y_T) = \eta^2(T-t) \quad (22)$$

Ahora bien, dado nuestro modelo de precio X_T , es necesario evaluar la relación entre los modelos de corto y largo plazo, por lo que la covarianza entre X_T y Y_T debe ser establecida. Se asume que:

$$dW_t^X dW_t^Y = \rho_{XY} dt \quad (23)$$

Lo anterior implica que existe correlación entre W_t^X y W_t^Y . Si se calcula la covarianza entre X_T y Y_T se llega a:

$$Cov(X_T, Y_T) = \frac{\sigma \eta \rho_{XY}}{k} \left(1 - e^{-k(T-t)}\right) \quad (24)$$

De esta manera, la matriz de varianzas y covarianzas es:

$$\text{Cov}(X_T, Y_T) = \begin{bmatrix} \text{Var}(X_T) & \text{Cov}(X_T, Y_T) \\ \text{Cov}(X_T, Y_T) & \text{Var}(Y_T) \end{bmatrix}$$

$$\text{Cov}(X_T, Y_T) = \begin{bmatrix} \frac{\sigma^2}{2k} \left(1 - e^{-2k(T-t)}\right) & \frac{\sigma\eta\rho_{XY}}{k} \left(1 - e^{-k(T-t)}\right) \\ \frac{\sigma\eta\rho_{XY}}{k} \left(1 - e^{-k(T-t)}\right) & \eta^2 (T-t) \end{bmatrix}$$

Finalmente, dado nuestro modelo de precios, se tiene que:

$$\ln(S_T) = X_T + Y_T \quad (25)$$

En este sentido, dadas las definiciones de X_T y Y_T se concluye que el $\ln(S_T)$ se distribuye normalmente. Además, se tiene que:

$$E[\ln(S_T)] = e^{-k(T-t)} X_t + Y_t + \mu(T-t) \quad (26)$$

$$\text{Var}[\ln(S_T)] = \frac{\sigma^2}{2k} \left(1 - e^{-2k(T-t)}\right) + \eta^2 (T-t) + 2 \frac{\sigma\eta\rho_{XY}}{k} \left(1 - e^{-k(T-t)}\right) \quad (27)$$

2.3. Modelo Schwartz y Smith (ss) bajo riesgo neutral

Dado que necesitamos valorar las primas de la opción *put* sobre el petróleo Brent (*commodity* subyacente de la cobertura), es necesario hacer la estimación de parámetros del modelo de precios ss bajo riesgo neutral. En este sentido, se pasará del espacio de probabilidad (Ω, \mathcal{F}, P) en el que se describió el modelo ss en la sección anterior a un espacio de probabilidad de riesgo neutral Q . Los autores proponen un modelo bajo riesgo neutral de la siguiente forma:

$$dX_t^* = (-kX_t^* - \lambda_X) dt + \sigma d\tilde{w}_t^X \quad (28)$$

$$dY_t^* = (\mu - \lambda_y) d_t + \eta d\tilde{w}_t^Y \quad (29)$$

Donde: λ_x y λ_y representan las primas de riesgo, son constantes y ajustan los componentes de tendencia de los procesos estocásticos de los precios tanto en el corto como en el largo plazo, por lo que si se asume que las correlaciones son constantes entre los cambios en las variables de estado y la riqueza agregada de la economía, entonces las reducciones en la tendencia también serían constantes. Según los autores, el ajuste realizado al componente de tendencia se puede justificar si “se asume que la fijación de precios de las dos variables de estado se está realizando con los modelos intertemporales de precios de activos desarrollados por Merton (1973) y Cox (1985)”⁸. Por su parte, $d\tilde{w}_t^X$ y $d\tilde{w}_t^Y$ son incrementos de movimientos brownianos con:

$$d\tilde{w}_t^X d\tilde{w}_t^Y = \rho_{XY} d_t \quad (30)$$

En esta versión del modelo bajo riesgo neutral que presentan los autores las desviaciones de corto plazo X_t revierten a $\frac{\lambda_x}{k}$, y el precio de equilibrio Y_t tiene una tasa de desviación de $\mu^* = \mu - \lambda_y$. Schwartz y Smith (2000) mostraron que X_T y Y_T están normalmente distribuidas con:

$$E^* [X_t, Y_t] = \left[e^{-kt} X_0 - (1 - e^{-kt}) \frac{\lambda_x}{k}, Y_0 + \mu^* t \right] \quad (31)$$

$$Cov^* (X_t, Y_t) = Cov(X_t, Y_t) \quad (32)$$

Por tanto, el logaritmo de los precios bajo riesgo neutral se encuentra normalmente distribuido con:

$$E^* [\ln(S_t)] = e^{-kt} X_0 - (1 - e^{-kt}) \frac{\lambda_x}{k} + Y_0 + \mu^* t \quad (33)$$

⁸ Los autores propusieron una forma de dejar variar las desviaciones en el modelo de corto plazo de manera que la prima de riesgo sea alta (o baja) en periodos en los que los precios *spot* son más altos que el nivel de equilibrio de largo plazo. Sin embargo, en este trabajo utilizaremos el modelo básico, ya que la calibración de los parámetros que aplicamos está basada en el trabajo de Goodwin (2013), el cual contempla un modelo básico.

$$Var^* [\ln(S_t)] = Var [\ln(S_t)] \quad (34)$$

2.4. Cálculo de la trayectoria de los precios del Brent a través del modelo ss

Dominic Goodwin (2013) analiza la habilidad del modelo de dos factores de ss para estructurar la trayectoria de los precios de los futuros del cobre y en su trabajo utiliza el filtro de Kalman, el cual permite que la función de máxima verosimilitud sea calculada a través del método de descomposición del error predictivo, lo que hace posible la estimación de los parámetros del modelo. Este trabajo tomará como base la metodología usada por Goodwin para el cálculo de los parámetros, así como el código de Matlab que usó en su trabajo, el cual se encuentra disponible al público en la web⁹ y en su trabajo. Para mayor claridad sobre esta metodología remitirse al documento de Goodwin (2013).

Ahora bien, para estimar los dos factores no observables X_T y Y_T a través del filtro de Kalman es necesario conocer todos los parámetros del modelo ($k, \lambda_x, \sigma, \mu, \lambda_y, \eta, \mu^*, \rho_{xy}$) y los términos en la matriz de covarianza, dado que los cálculos recursivos de las estimaciones a través de este método son posteriores y dependen del conjunto de información de precios, parámetros del modelo y covarianza de este. En el caso de que los parámetros y la matriz de covarianza no se conozcan, se pueden estimar a través de máxima verosimilitud.

Como se mencionó, la estimación de los parámetros, las covarianzas y los precios (dos factores del modelo de ss) se hicieron con datos diarios de la serie de precios de cierre del petróleo Brent (tabla 3).

Los distintos periodos de tiempo utilizados en la estimación de los parámetros están asociados a los años de simulación de los precios requeridos para las coberturas de ingresos petroleros del Gobierno y a los plazos de dichas coberturas. Como se mencionó, se espera evaluar la dinámica del balance del GNC de Colombia para 2014, 2015 y 2016, suponiendo que el Gobierno utilizó opciones *put* europeas como mecanismo de mitigación de riesgos ante una caída en los precios internacionales del petróleo.

En este sentido, dado que los ingresos petroleros del GNC son esencialmente los asociados al impuesto sobre la renta de las empresas petroleras y los dividendos

⁹ Ver <https://la.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/43352-schwartz-smith-2-factor-model-parameter-estimation>

Tabla 3: Especificación de los conjuntos de datos para cada periodo de estimación

		Serie de datos utilizada para las estimaciones					
		Primera	Segunda	Tercera	Cuarta	Quinta	Sexta
# de observaciones por año		260					
Periodo	Desde	2-Jan-95	2-Jan-95	2-Jan-95	2-Jan-95	2-Jan-95	2-Jan-95
	Hasta	28-Dec-12	28-Jun-13	30-Dec-13	30-Jun-14	30-Dec-14	20-Jun-15
Plazo de los contratos de futuros		1 mes					
		2 meses					
		3 meses					
		6 meses					
		9 meses					
		12 meses					

Fuente: elaboración propia.

pagados por Ecopetrol, las coberturas de los ingresos de cada uno de estos años deberán hacerse sobre la dinámica de los precios en $t - 1$. Por otro lado, este trabajo contempla dos contratos de opciones a 6 meses por año, por lo que se hizo necesario dividir la serie de manera que la estimación de los parámetros se hiciera con información del periodo de datos observados hasta el momento en el que se hubieran pactado los contratos.

De esta manera, para cubrir el riesgo de caída en los ingresos para 2014, el Gobierno debió hacer coberturas sobre los precios del petróleo de 2013, por lo que al momento de tratar de simular la trayectoria de los precios contaba con información a diciembre de 2012 para la primera cobertura (opción *put* a 6 meses) y con información a junio de 2013 para la segunda cobertura (opción *put* a 6 meses). El mismo análisis aplica para las coberturas de ingresos de 2015 y 2016, lo que explica la necesidad de trabajar con seis conjuntos de datos con distintos periodos. Los parámetros obtenidos en cada periodo después de aplicar la metodología descrita fueron los mismos para cada conjunto de información evaluado (tabla 4).

Dado lo anterior, se logró la estimación de los modelos de corto y largo plazo utilizados para describir la dinámica del subyacente a través del modelo de dos factores de ss^{10} , de manera que se obtuvo una trayectoria de precios estimada muy cercana a los datos observados (figura 9).

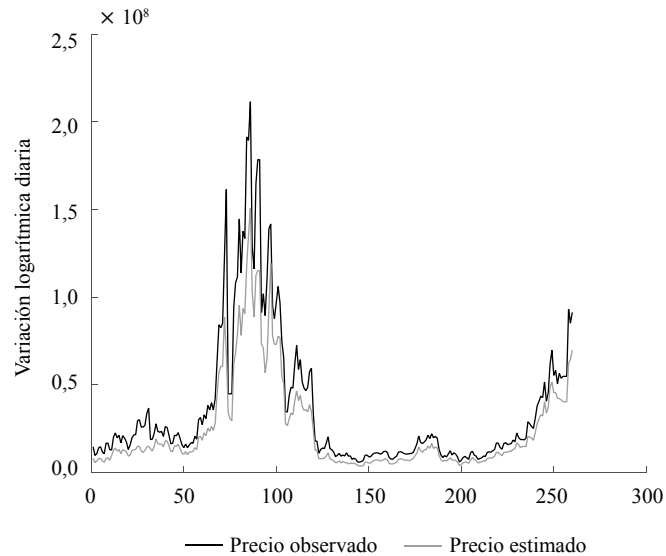
¹⁰ Se realizó una simulación de la trayectoria con los dos modelos de referencia usados por Goodwin (2013): movimiento Browniano geométrico y Ornstein-Uhlenbeck, y se evidenció un mejor ajuste del modelo Schwartz Smith. Los resultados se presentan en el anexo de este artículo.

Tabla 4: Parámetros estimados a través del método de máxima verosimilitud

Parámetros	Estimación
k	0,394
σ_x	11,520
λ_x	96,174
μ	-5,725
η	4,114
μ^*	32,824
$\hat{\lambda}_y = \mu - \mu^*$	-38,549
ρ_{xy}	-0,083

Fuente: cálculos de autor, basado en Modelo ss y códigos Matlab de Dominic Goodwin (mayo, 2013)

Figura 9: Simulación de la trayectoria de los precios del Brent



Fuente: Bloomberg. Cálculos de autor.

2.5. Estructuración y valoración de las coberturas

Dado que el objetivo de este trabajo es evaluar el impacto de la caída en los precios del petróleo, y teniendo en cuenta que en promedio el mayor impacto sobre el balance está asociado a los ingresos petroleros, nos concentraremos en la sensibilidad

del balance asociada a las variaciones en los precios del petróleo. Aunque no es despreciable el impacto de la tasa de cambio en el balance del GNC, este artículo la asumirá como fija, debido a la complejidad matemática que implica incorporar un modelo adicional de trayectoria de la tasa de cambio, lo que abre las puertas a futuras extensiones de este trabajo.

El ejercicio planteado en este trabajo propone una aproximación teórica al escenario que podría haber experimentado el GNC de haber implementado un mecanismo de gestión de riesgos ante una caída en los precios del petróleo a niveles inferiores a los utilizados en su programación fiscal. La gestión de riesgo para los ingresos petroleros de 2014, 2015 y 2016 se hará con coberturas a los precios del petróleo de 2013, 2014 y 2015, respectivamente.

- Derivado: opción *put* europea.
- Activo subyacente: precios del petróleo Brent. Los ingresos petroleros colombianos están directamente relacionados con la dinámica de precios de la canasta colombiana, que es el bien producido y exportado en Colombia. Sin embargo, teniendo en cuenta la alta liquidez que tienen los precios del Brent en los mercados financieros internacionales, y la alta correlación con los precios de la canasta de Colombia, aclarando además que la diferencia histórica entre ambos precios es solo de 6 dpb, se utilizará la referencia Brent para el ejercicio propuesto.
- Cantidad por cubrir del activo subyacente: utilizaremos el promedio móvil de 3 años (PM3 años) de los ingresos petroleros del GNC medidos en dólares por barril de Brent (figura 10) en el momento en que se pactan los contratos. La tasa de cambio para convertir los ingresos históricos a dólares es la TRM promedio del año. De manera que las coberturas de los precios de 2013 se harán por un total en el año de 83,8 millones de barriles correspondientes al PM3 años, observado al cierre de 2012. Siguiendo este esquema, las coberturas de los precios de 2013 serán por 101 millones de barriles en el año y las de 2014 por 108,3 millones de barriles en el año.
- Precio del ejercicio: será el precio proyectado por el GNC para 2013, 2014 y 2015 en el Marco Fiscal vigente en el momento de realizar la cobertura.
- Fecha de compra: 31-Dic-12 y 30-Jun-13 para cubrir los precios de 2013, 31-Dic-13 y 30-Jun-14 para cubrir los precios de 2014, y 31-Dic-14 y 30-Jun-15 para cubrir los precios de 2015.

- Fecha de vencimiento: 29-Jun-13 y 30-Dic-13 para las coberturas de precios de 2013, 29-Jun-14 y 30-Dic-14 para las coberturas de precios de 2014, y 29-Jun-15 y 30-Dic-15 para las coberturas de precios de 2015.

Figura 10: Ingresos petroleros del Gobierno nacional central en barriles



Fuente: Ministerio de Hacienda; Banco de la República. Bloomberg. Cálculos de autor

Una vez estimados los parámetros del modelo de dos factores de Schwartz-Smith se procede a simular los precios a través del método de Monte Carlo en Matlab. La discretización del modelo de ss bajo riesgo neutral para hacer las simulaciones del precio del Brent es:

$$X_{t+\Delta t}^* = X_t^* + [-kX_t^* - \lambda_X] \Delta t + \sigma \sqrt{\Delta t} Z_1^X \quad (35)$$

$$Y_{t+\Delta t}^* = Y_t^* + [\mu - \lambda_Y] \Delta t + \eta \sqrt{\Delta t} Z_2^Y \quad (36)$$

Dado que $Corr(W_X W_Y) = \begin{bmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{bmatrix}$, usando Cholesky se llega a que:

$$Z_2^Y = \rho_1^X + \sqrt{1 - \rho^2} Z_3; Z_1^X \sim N(0,1) \text{ y } Z_3 \sim N(0,1) \quad (37)$$

Para la simulación de los precios S_t se utilizan los precios iniciales X_0 , los cuales se calculan como las desviaciones del retorno de su media, dada la definición del

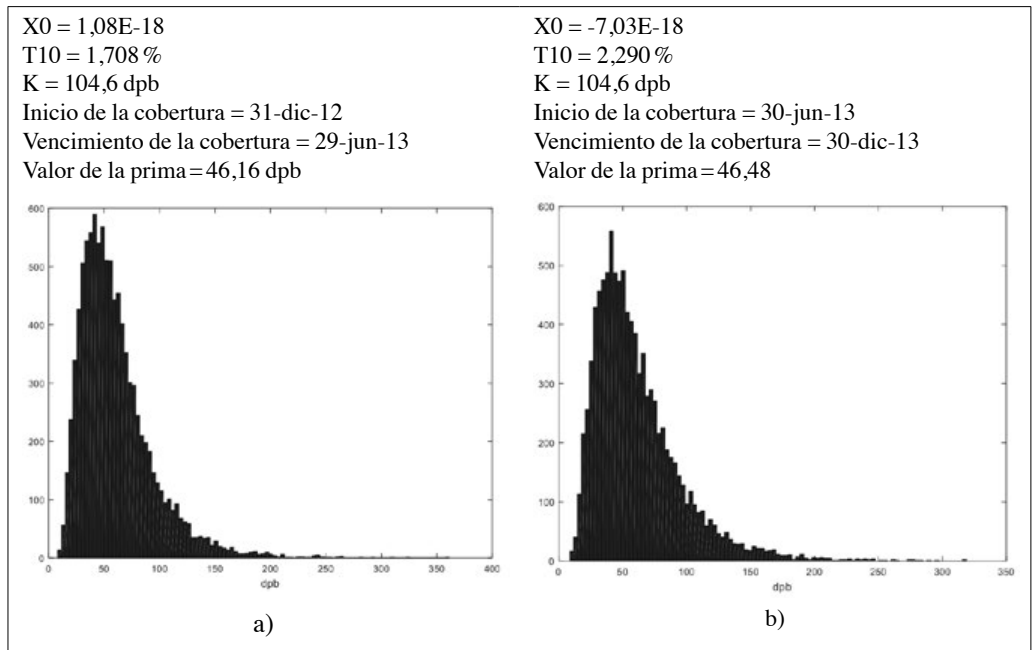
modelo de Schwartz-Smith (2000). Para el precio inicial de largo plazo se asume que $Y_0 = \log(60)$, teniendo en cuenta que el precio promedio del petróleo Brent durante los últimos veinte años ha sido 60 dólares por barril, y las estimaciones de otros autores coinciden en este nivel, como es el caso del BBVA, que hizo a finales del año pasado una estimación del precio de equilibrio de largo plazo del petróleo¹¹.

Los precios iniciales cambian según el conjunto de datos que se tome, al igual que las primas de riesgo (Bonos del Tesoro a 10 años) en la estimación de la prima de la opción *put* que está dada por $PrimaPut = (k - S_T^i)^+$. A su vez, el precio simulado del activo subyacente está dado por:

$$S_T^i = e^{X_{t+\Delta t}^* + Y_{t+\Delta t}^*} \quad (38)$$

Los resultados de la simulación a distintos X_0 y distintas tasas de los bonos del Tesoro (T10) son:

Figura 11 a y b: Cobertura sobre los precios del Brent de 2013
(cubrirán ingresos petroleros del GNC de 2014)



¹¹ Ver https://www.bbvarsearch.com/wp-content/uploads/2017/12/171215_OilPricesOutlook_Dec17.pdf

Figura 12 a y b: Cobertura sobre los precios del Brent de 2014
(cubrirán ingresos petroleros del GNC de 2015)

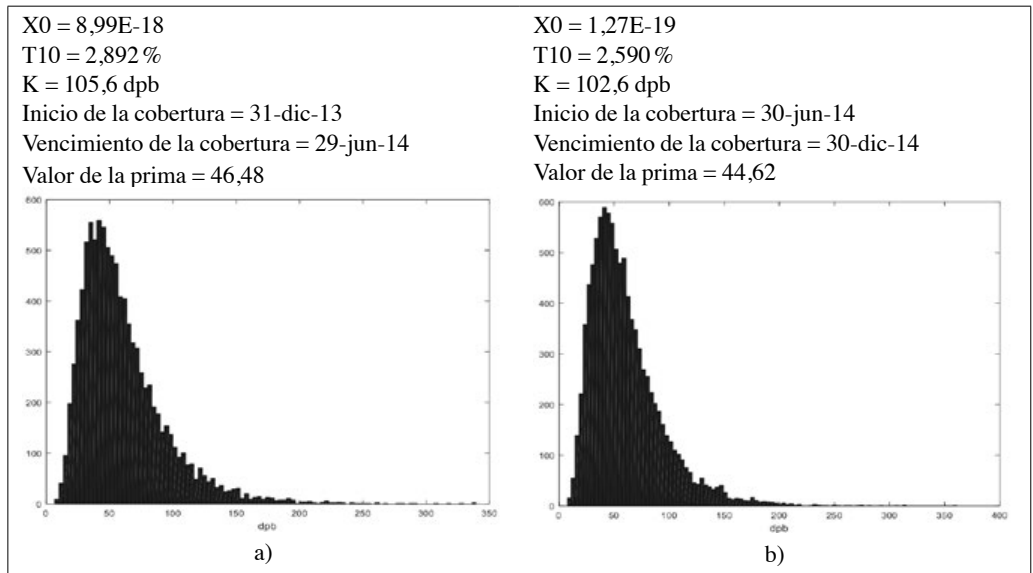
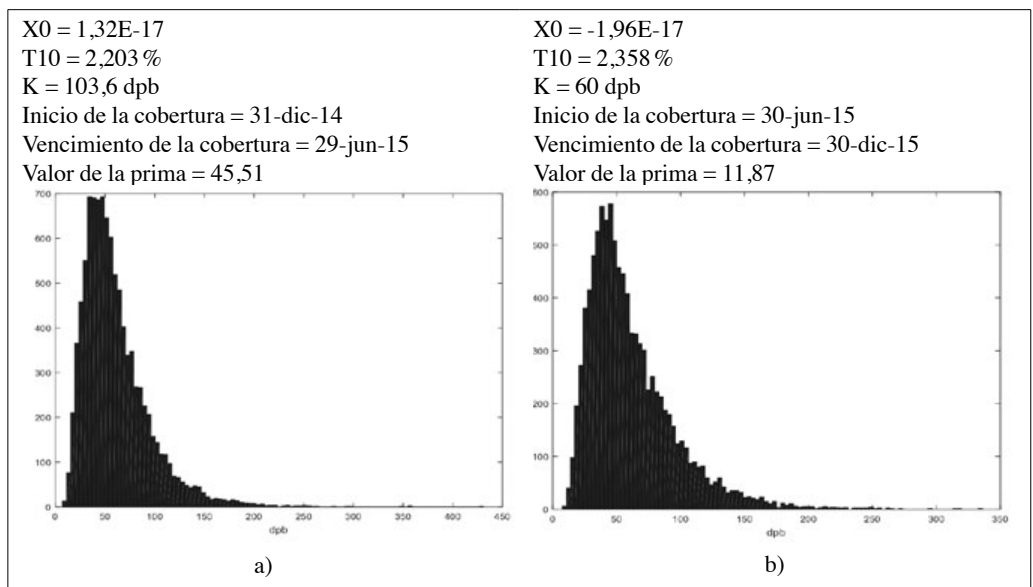


Figura 13 a y b: Cobertura sobre los precios del Brent de 2015
(cubrirán ingresos petroleros del GNC de 2016)



3. Resultados del balance del Gobierno nacional central colombiano

Un ejercicio simple sobre el balance del GNC en el que se incorporan las coberturas a los ingresos petroleros para las vigencias fiscales 2014, 2015 y 2016 evidencia una mejora en el balance fiscal del Gobierno y en la senda de la deuda pública, lo que reduce los riesgos asociados a la sostenibilidad fiscal.

Para efectos de este trabajo, los ingresos por coberturas entrarán al balance del año al que corresponde la cobertura como un nuevo rubro en los ingresos, mientras que el costo de las primas de las opciones *put* calculadas en el capítulo anterior será incorporado dentro de los gastos en el balance del GNC como un rubro independiente de los rubros de intereses, funcionamiento e inversión.

Cabe resaltar que la viabilidad de que se apruebe el pago de las primas de las opciones, así como la metodología mediante la cual se incorporarían dentro del presupuesto del GNC hacen parte de una extensión a este trabajo, ya que aquí solo se pretende simular el balance fiscal a través de la estimación general de los ingresos y gastos del GNC. Para simplificar el análisis, la tasa de cambio que se usará para cada uno de estos años es la vigente al momento de adquirir las coberturas y al momento de su vencimiento. En este sentido, incorporar coberturas sobre la tasa de cambio también sería una extensión a este trabajo.

Finalmente, al incorporar los ingresos y costos de las coberturas al balance del GNC se encontró que en 2014 el beneficio sobre el balance fiscal de haber adquirido las coberturas habría sido de 0,2 % del PIB, en 2015 de 0,4 % del PIB y en 2016 de 2,0 % del PIB. Este ahorro también se habría traducido en un menor nivel de endeudamiento del Gobierno (tabla 5).

4. Conclusiones

- Las coberturas a través de opciones *put* europeas mejoraron el balance del Gobierno nacional central en un promedio de 0,9 % del PIB por año durante los periodos evaluados: 2014, 2015 y 2016, lo que reafirma la conveniencia de implementar este mecanismo de gestión de riesgos en las cuentas fiscales colombianas.
- Es muy posible que bajo un esquema de coberturas el Gobierno hubiera evitado la implementación de la reforma tributaria de 2016 o el fuerte recorte de gastos observado durante los últimos años, lo que hubiera impulsado la dinámica

Tabla 5: Balance del Gobierno nacional central sin y con coberturas a los ingresos petroleros

Rubros	2013	2014		2015		2016	
		Observado	Estimado	Observado	Estimado	Observado	Estimado
Ingresos totales	119.744	125.905	134.361	129.321	141.658	128.368	153.132
Ingresos tributarios	100.780	108.343	108.343	116.403	116.403	117.329	117.329
Ingresos no tributarios	983	616	616	681	681	653	653
Fondos especiales	1.268	1.569	1.569	1.557	1.557	1.707	1.707
Recursos de capital	16.713	15.377	15.377	10.680	10.680	8.679	8.679
Ingresos por coberturas			8.456		12.337		24.764
Gastos totales	136.389	144.260	151.436	153.589	162.451	163.292	170.852
Intereses	16.363	16.979	16.979	20.646	20.646	25.382	25.382
Funcionamiento	96.603	104.969	104.969	108.451	108.451	120.364	120.364
Inversión	23.425	22.323	22.323	24.510	24.510	17.641	17.641
Préstamo neto	-2	-11	-11	-18	-18	-95	-95
Costo de las coberturas			7.176		8.862		7.560
Balance fiscal efectivo	-16.645	-18.355	-17.076	-24.268	-20.793	-34.924	-17.720
Como % del PIB							
Balance fiscal efectivo	-2,4%	-2,4%	-2,3%	-3,0%	-2,6%	-4,0%	-2,0%
Balance fiscal estructural	-2,4%	-2,3%		-2,2%		-2,1%	

Cifras en miles de millones de pesos.

Fuente: MinHacienda. Cálculos del autor.

de la economía a través de la política fiscal, reducido los efectos procíclicos de la misma.

- La deuda del Gobierno como porcentaje del PIB también se habría visto favorecida con el cubrimiento de las coberturas, y al cierre de 2016 se habría ubicado 2,6 % del PIB por debajo del nivel observado del 46 % del PIB, y más cerca de alcanzar el nivel estructural.
- Existe una brecha importante entre el costo de las primas de las coberturas a valor de mercado y el hallado en este trabajo para el Gobierno colombiano. El modelo utilizado para describir la trayectoria de los precios, el tipo de cobertura, así como la ausencia de intervención del mercado en el ejemplo colombiano pueden explicar estas diferencias. Esta salvedad se propone como punto de partida para futuros desarrollos alrededor de este tema.

Referencias

- Aba Oud, M. A. y Goard, J. (2015). Stochastic Models for Oil Prices and the Pricing of Futures on Oil. *Applied Mathematical Finance*, 22(2), 189-206.
- Abrao Roriz, A. L. (2010). *Calibration of the Schwartz-Smith Model for Commodity Prices*. Instituto de Matemática Pura e Aplicada.
- Banco de la República (2016). Minutas de la reunión del Banco de la República del 16 de octubre de 2016. Recuperado de <http://www.banrep.gov.co/es/minutas-10-2016>
- Brennan, M. y Schwartz, E. (1985). Evaluating natural resource investments. *Journal of Business*, 58(2), 135-157.
- Dias, M. y Rocha, C. (1999). Petroleum concessions with extendible options using mean reversion with jumps to model oil prices. (021), 1-27.
- Gibson, R. y Schwartz, E. (1990). Stochastic convenience yield and the pricing of oil contingent claims. *The Journal of Finance*, 45(3), 959-976. Recuperado de <http://www.jstor.org/stable/2328801>
- Goodwin, D. (2013). *Schwartz-Smith Two-Factor Model in the Copper Market : before and after the New Market Dynamics*. Lund University.
- Mejía, C. A. (2016). La importancia del cálculo de Itô en el proceso de *pricing* de los contratos futuros sobre commodities: algunos ejemplos con el cacao. *ODEON*, 10, 85-116. Doi: <http://doi.org/https://doi.org/10.18601/17941113.n10.05>
- Merton, R. C. (1976). Option pricing when underlying stock returns are discontinuous. *Journal of Financial Economics*, 3, 125-144.
- Ministerio de Hacienda y Crédito Público (2011). *Marco fiscal de mediano plazo 2011*. Bogotá: Ministerio de Hacienda y Crédito Público.
- Ministerio de Hacienda y Crédito Público (2012). *Marco fiscal de mediano plazo 2012*. Bogotá: Ministerio de Hacienda y Crédito Público. Recuperado de <http://www.min-hacienda.gov.co/irc/en/fiscalinformation/Marco-Fiscal-de-Mediano-Plazo-2014.pdf>
- Ministerio de Hacienda y Crédito Público (2014). *Marco fiscal de mediano plazo 2014*. Bogotá: Ministerio de Hacienda y Crédito Público. Recuperado de <http://www.min-hacienda.gov.co/irc/en/fiscalinformation/Marco-Fiscal-de-Mediano-Plazo-2014.pdf>

- Ministerio de Hacienda y Crédito Público (2015). *Marco fiscal de mediano plazo 2015*. Bogotá: Ministerio de Hacienda y Crédito Público. Recuperado de <http://www.min-hacienda.gov.co/HomeMinhacienda/politicafiscal/marcofiscalmedianoplazo/2015>
- Ministerio de Hacienda y Crédito Público (2016). *Marco fiscal de mediano plazo 2016*. Bogotá: Ministerio de Hacienda y Crédito Público.
- Ministerio de Hacienda y Crédito Público (2017). *Marco fiscal de mediano plazo 2017*. Bogotá: Ministerio de Hacienda y Crédito Público.
- Ministerio de Hacienda y Crédito Público (2018). *Marco fiscal de mediano plazo 2018*. Bogotá: Ministerio de Hacienda y Crédito Público.
- Palacios, H., Alonso, G., Zuluaga, I. y Quintero, G. (2011). *La sostenibilidad fiscal, un principio para alcanzar los fines del Estado social de derecho. Notas fiscales (vol. 3)*. Bogotá: Ministerio de Hacienda y Crédito Público.
- Salcedo, C. (2018). *De eso tan bueno no dan tanto*. Recuperado de https://www.corficolombiana.com/wps/wcm/connect/corficolombiana/f981aad6-bfa1-44b8-bde4-34f6732a1c94/MFfebrero2018.pdf?MOD=AJPERES&CONVERT_TO=url&CACHEID=f981aad6-bfa1-44b8-bde4-34f6732a1c94
- Schwartz, E. (1997). The stochastic behavior of commodity prices: Implications for valuation and hedging. *The Journal of Finance*, 52(3), 923-973. Recuperado de <http://www.jstor.org/stable/2329512>
- Schwartz, E. y Smith, J. E. (2000). Short-term variations and long-term dynamics in commodity prices. *Management Science*, 46(7), 893-911.
- Suescún, R., Prada, A., Prieto, M., González, C. y De la Calle, H. (2011). La sostenibilidad fiscal como principio constitucional. *Debates de Coyuntura Económica y Social - Fedesarrollo*, (86), 1-26. Recuperado de <http://www.fedesarrollo.org.co/wp-content/uploads/2011/08/Debate-No.-86.pdf>
- Trujillo Moreno, J. F. (2013). Estimación de parámetros en ecuaciones diferenciales estocásticas aplicadas a finanzas. *ODEON*, 6.
- Trujillo, J. F. M. (2015). Modelos estocásticos en finanzas. U. Externado de Colombia.

Anexo

- Estimación de la trayectoria de los precios del Brent a través del Movimiento Browniano Geométrico y Ornstein-Uhlenbeck.

Parámetros	Estimación por MBG	Estimación Ornstein-Uhlenbeck
k	5,00000	0,00005
σ_x	12,21814	0,00000
λ_x	-33,45853	0,00000
μ	0,00000	19,92672
η	0,00000	16,09101
μ^*	0,00000	-130,12145
$\lambda_y = \mu - \mu^*$	0,00000	150,04817
ρ_{xy}	0,02639	-0,16045

Fuente: cálculos de autor, basado en códigos Matlab de Dominic Goodwin (Mayo, 2013).

