

Propuesta para la optimización de portafolios de los fondos de pensiones

Another way to optimize a pension fund portfolio

Eliana Paola Bernal Sandoval*

* Magíster en Finanzas, Universidad Externado de Colombia, Bogotá (Colombia). Analista Senior en estrategia MMEE y Commodities de CrediCorp Capital. [eliana.bernal@uexternado.edu.co]; [ORCID ID: 0000-0001-5081-8642].

Artículo recibido: 18 de enero de 2021.

Artículo aceptado: 9 de febrero de 2021.

Para citar este artículo:

Bernal Sandoval, E. P. (2021). Propuesta para la optimización de portafolios de los fondos de pensiones. ODEON, 20, 7-50.

DOI: <https://doi.org/10.18601/17941113.n20.02>

Resumen

La apertura del mercado de capitales colombiano ha permitido incrementar el régimen de inversiones de los Fondos de Pensiones Obligatorias (FPO) y, por lo tanto, da más responsabilidad a los administradores de los fondos al gestionar de manera eficiente los recursos de los cotizantes. Debido a la creación de nuevos instrumentos de inversión, la Superintendencia Financiera de Colombia (SFC), en su calidad de ente regulatorio, ha determinado el universo de activos admisibles de dichos portafolios y ha impuesto límites de inversión a ciertos instrumentos, emisores y emisiones. Respecto al proceso de optimización de los portafolios de los FPO, los estudios han utilizado la metodología clásica de media-varianza y algunas alternativas como el criterio retorno total-máximo *drawdown*. En razón de lo anterior, es importante seguir evaluando la eficiencia de los portafolios teniendo en cuenta nuevos enfoques alternativos a fin de establecer la mejor estrategia estructural para este tipo de portafolios, cuyo objetivo es asegurar el ingreso al momento del retiro de los afiliados del sistema general de pensiones. Este documento considera el método Most Diversified Portfolio (MDP) para la selección de activos dentro de un portafolio de pensiones, como una guía para el establecimiento de la estrategia de inversión de las Administradoras de Fondos de Pensiones (AFP), basado en el concepto de diversificación y explorando un enfoque alternativo a la teoría clásica de media-varianza.

Palabras clave: pensiones; portafolio; optimización.

Clasificación JEL: C61, G11, G23.

Abstract

The process of the opening the Colombian capital market has made possible to increase the investment regime of Pension Funds and gives them more responsibility to the Pension Fund Managers to be more efficient with the resources of the contributors. Due to a new investment vehicles, the Superintendencia Financiera de Colombia (SFC) has determined the universe of admissible assets of these portfolios and it has imposed restrictions/limits on certain investments. Regarding the process of the portfolio optimization, few studies have been used the classic mean-variance analysis and some alternatives such as the maximum drawdown criterion. It is important to continue assessing the efficiency of portfolios considering new approaches to establish the best structural strategy. This document considers the Most Diversified Portfolio (MDP) method for the selection of assets within a pension portfolio, understood as a guide for the establishment of the investment strategy of the Pension Fund Managers, based

on the concept of diversification and exploring an alternative approach to the classical theory of mean-variance.

Key words: Pension; portfolio; optimization.

JEL classification: C61, G11, G23.

Introducción

Las Administradoras de Fondos de Pensiones (AFP) juegan un papel importante dentro del mercado de capitales colombiano. A partir de la entrada en vigor de la Ley 100 de 1993, el valor de los portafolios de las AFP se ha incrementado de manera importante hasta la fecha. Por lo tanto, la responsabilidad de los administradores de los fondos cada vez es mayor para gestionar de manera eficiente los recursos de los cotizantes.

Cabe resaltar que el valor de los fondos no solo corresponde a los aportes de cada uno de los cotizantes, también está sujeto a la rentabilidad obtenida después del cobro de comisiones para cada periodo finalizado. Por lo tanto, el crecimiento de cada uno de los fondos se verá altamente influenciado por el comportamiento de los activos de cada portafolio de inversión.

El ritmo de crecimiento de los fondos en Colombia es comparado con la experiencia chilena y, para 2006, las estimaciones anotaban que para 2020 el portafolio de los Fondos de Pensiones Obligatorias (FPO) del Régimen de Ahorro Individual sería equivalente al 29% del PIB (Gómez *et al.*, 2006). Para 2019, las cifras no estaban tan alejadas de las previsiones, el fuerte crecimiento durante los últimos 14 años ha logrado que el valor de los FPO alcance 26,5% del total del producto interno bruto (PIB) y el 30,4% si contamos los fondos de pensiones voluntarias y los recursos del régimen de prima media.

La capacidad de gestión de los recursos por parte de las AFP determina la sostenibilidad de los pensionados. Por lo tanto, la definición de un portafolio de referencia a través de una asignación estratégica de activos (AEA) para la eficiente administración de los FPO comienza a ser de mayor relevancia para el sistema pensional. No obstante, debido a la creación de nuevos instrumentos de inversión, la Superintendencia Financiera de Colombia (SFC), en su calidad de ente regulatorio, ha determinado el universo de activos admisibles de dichos portafolios y ha impuesto límites de inversión a ciertos instrumentos, emisores y emisiones.

Ante la anterior disyuntiva, es natural preguntarse si el modelo académico tradicional de media-varianza es suficiente para poder dar un *asset allocation*

para estrategias estructurales y portafolios con horizonte de inversión de largo plazo como son los FPO.

Las AFP, de acuerdo con el Decreto 2555 de 2010, deben establecer anualmente la AEA para cada tipo de fondo de pensiones, es decir, deberán establecer la composición óptima de los portafolios de inversión teniendo en cuenta la relación de las clases de activos determinadas en el comité de inversiones, delimitadas por la política de inversión y el marco regulatorio.

Cabe resaltar que, si bien la SFC estableció límites de inversión, las AFP son entidades independientes que pueden establecer la ponderación óptima de los activos dentro de cada uno de los portafolios teniendo en cuenta las restricciones previamente señaladas. En otras palabras, la metodología, el modelo y los parámetros para la elaboración de la AEA son de exclusividad de las AFP, mientras que dicha asignación sea remitida a la SFC como la ley lo sugiere.

Respecto al proceso de optimización de los portafolios de los FPO, los estudios indican que se han establecido de acuerdo con la metodología clásica de media-varianza y algunas alternativas como el criterio de retorno total-máximo *draw-down*. No obstante, según estudios, enfoques de minimización de la correlación a través de indicadores como el índice de Sharpe o utilizando cópulas durante eventos de cola no sacan el mayor beneficio de la diversificación (Choueifaty y Coignard, 2008).

Debido a lo anterior, es importante seguir evaluando la eficiencia de los portafolios teniendo en cuenta nuevos enfoques alternativos para así establecer la mejor estrategia estructural para este tipo de portafolios, cuyo objetivo es asegurar el ingreso al momento del retiro de los afiliados al sistema general de pensiones.

En este documento se aplica una metodología basada en el desarrollo teórico de Choueifaty y Coignard en 2008, el criterio de máxima diversificación (Most-Diversified Portfolio – MDP), una alternativa a los estudios realizados para el caso colombiano como el criterio retorno total-máximo *drawdown* (León y Laserna, 2008) y el criterio clásico de media-varianza (Jara *et al.*, 2005). Con este estudio, se busca establecer una opción para la AEA de los FPO en la búsqueda de un portafolio óptimo.

Así mismo, es importante aclarar que este estudio no considera supuestos de fricciones de mercado y puede presentar debilidad en la confiabilidad de los datos, así como los trabajos anteriores (Jara *et al.*, 2005). La construcción del portafolio óptimo tiene en cuenta el régimen de inversiones de los FPO establecido en el Decreto 2555 de 2010 y el Decreto 1913 de 2018, en los cuales se

definen los activos admisibles y los límites de inversión para cada uno de los fondos de pensiones. Finalmente, se busca establecer si es más eficiente la técnica de construcción de portafolio a través de la maximización de un indicador de diversificación sobre la relación riesgo-retorno.

El documento se compone de seis partes, incluyendo esta introducción. La segunda parte habla de la AEA, el Decreto 857 de 2011 y el Decreto 1913 de 2018 que establecen las reglas para la optimización de los portafolios de los fondos de pensiones colombianos en el sentido de reglamentar los límites de inversión de dichos fondos. La tercera parte describe el criterio de optimización Most-Diversified Portfolio (MDP) y su aplicación en los portafolios de los fondos de pensiones colombianos. En la cuarta parte se evidencian los resultados del modelo, en esta se realiza un análisis con respecto a la exposición a la tasa de cambio en los portafolios. En la quinta parte se hace una comparación de las carteras construidas bajo el criterio MDP y las carteras reales de una AFP colombiana. Finalmente, en la sexta parte se exponen las correspondientes conclusiones del trabajo.

1. Asignación estratégica de activos (AEA)

De acuerdo con las directrices de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) sobre la gestión de activos de fondos de pensiones, las inversiones de estos actores van a cambiar conforme el tipo de fondo administrado. En Colombia, teniendo en cuenta el perfil del fondo, la política de inversión debe ser consistente con las necesidades de liquidez, la tolerancia al riesgo, la edad de sus cotizantes, entre otros.

El organismo, en principio, hace alusión a un marco regulatorio que debe tener en cuenta el objetivo de los fondos de pensiones para así establecer las políticas necesarias de inversión, conforme a la ley de pensiones vigente y otras normas relacionadas. Una política de inversión clara permite a las AFP invertir conforme al marco estándar de un cotizante –estableciendo los niveles mínimos de inversión–, cumplir con una rentabilidad mínima y satisfacer las necesidades de los pensionados (seguridad, rentabilidad y liquidez).

Dentro del marco normativo, el ente regulador puede incluir niveles máximos de inversión por clase de activo, siempre y cuando tengan en cuenta el perfil de inversión de una persona prudente estándar (OECD, 2006). No obstante, la OCDE hace énfasis en que no es recomendable que las disposiciones legales determinen un nivel mínimo de inversión, a menos que esta sea de forma temporal

o excepcional. Cabe resaltar que al ser la legislación la que interviene en la política de inversión, el establecimiento de los límites permite que las AFP no tomen decisiones inapropiadas o en contra de los principios y objetivos de los cotizantes del sistema de pensiones.

Dentro de la política de inversión se debe establecer una AEA (ponderación por *asset class* dentro del portafolio) considerando el objetivo del fondo y las condiciones cambiantes del mercado (OECD, 2006), así como los rangos de tolerancia de desviación de la inversión respecto de esta.

Finalmente, la OCDE dedica un punto para las inversiones en el extranjero. Según lo anterior, el ente regulatorio tiene la capacidad de establecer los límites en las inversiones; no obstante, puede llegar al extremo de prohibir la inversión en activos internacionales. En este punto es importante resaltar que el mayor punto de discusión es el aseguramiento de la diversificación en los portafolios, lo que a su vez podría verse reflejado en su rentabilidad. Bajo este tipo de inversiones se deben considerar los aspectos de reducción del riesgo para aquellos mercados locales cuyos activos cuentan con un alto nivel de correlación; así mismo, se debe tener en cuenta la exposición al riesgo cambiario y riesgo país que implica tener inversiones en el exterior, cuya moneda de valoración es diferente a la local y su emisor no está bajo las normas nacionales.

En este sentido, los instrumentos financieros derivados comienzan a tener un papel importante dentro del portafolio. A pesar de su complejidad, estos instrumentos pueden resultar efectivos al momento de administrar el riesgo cambiario de los portafolios, reduciendo el riesgo de inversión de los activos internacionales. Sin embargo, la OCDE deja constancia de que, dada la capacidad de este tipo de instrumentos, para los fondos de pensiones el uso debe ser exclusivo para la cobertura y no para la especulación, donde el riesgo de los portafolios podría duplicarse y, en el peor de los escenarios, no se cumplirían los fines de preservación de capital de los cotizantes (2006).

Para el caso de Colombia, la Circular Externa 004 de 2018 de la SFC en el capítulo IV, establece las políticas de inversión, asignación estratégica de activos y funciones de los comités de riesgos e inversiones.

En concreto, la sección 2.3.1 de la circular establece:

Las AFPC deben establecer anualmente la asignación estratégica de activos para cada tipo de fondo de pensiones obligatorias y para el portafolio de largo plazo del fondo de cesantía. Esta asignación estratégica de activos se debe establecer en relación a las clases de activos definidos por el comité de inversiones de cada AFPC.

Dicha asignación, y cada modificación que se efectúe a la misma, debe ser remitida a la SFC junto con el extracto del acta de la junta directiva en la cual se aprobó, y la tabla relacionada en el subnumeral 2.3.1.2, dentro de los 3 días hábiles siguientes a su aprobación.

Lo anterior nos indica que la SFC considera la AEA parte importante dentro del proceso de inversión, cuya aplicación debe ser obligatoria y debe ser aprobada por los miembros directivos de las AFP.

En conclusión, la AEA no es más que el portafolio de referencia de cada uno de los fondos de pensiones. En ese sentido, la construcción de esta corresponderá a una optimización de portafolio por clase de activos, con un horizonte de inversión determinado por el tipo de fondo, una rentabilidad objetivo para el portafolio y para cada clase de activo, una volatilidad esperada y una proyección de desempeño (Superintendencia Financiera de Colombia, 2018).

1.1. Decreto 857 de 2011

La Ley 1328 de 2009 facultó al Gobierno nacional para establecer los regímenes de inversión de los fondos de pensiones obligatorias administrados por las sociedades administradoras de pensiones y cesantías. Por consiguiente, se expidieron los Decretos 4935 de 2009 y 2955 de 2010 para definir el régimen de inversiones y posteriormente se incorporaron al Decreto Único 2555 de 2010 que recoge las normas de los sectores financiero, asegurador y del mercado de valores.

No obstante, el Decreto 857 de 2011 modifica el Título 12 del Libro 6 de la Parte 2 del Decreto 2555 de 2010, el cual trata de los regímenes de inversión de los recursos de los fondos de cesantía y los de los fondos de pensiones obligatorias.

La importancia de las normas anteriores radica en que caracterizan los tipos de fondos de pensiones que una administradora de pensiones obligatorias puede administrar y gestionar:

- Fondo Conservador (C).
- Fondo Moderado (M).
- Fondo de Mayor Riesgo (MR).
- Fondo Especial de Retiro Programado (RP).

Adicionalmente, establece las inversiones admisibles de inversión y los límites globales de cada uno dependiendo del tipo de fondo. Para efectos de este trabajo, en la tabla 1 se resume la norma y se clasifica por índices aplicables a cada clase de activo para introducir el modelo de optimización:

Tabla 1: Límite de inversión por fondo de pensiones (porcentaje)

Inversión admisible	Límite máximo por Fondo		
	C	M	MR
1. Títulos, valores o participaciones de emisores nacionales			
1.1. Títulos de deuda pública (interna y externa).	50	50	50
1.2. Títulos de deuda cuyo emisor, garante o aceptante sea una entidad vigilada por la SFC (incluye Fogafin y Fogacoop).	30	30	30
1.3. Bonos y títulos hipotecarios.	15	15	15
1.4. Títulos derivados de procesos de titularización (subyacentes distintos a cartera hipotecaria).	5	10	15
1.5. Títulos de deuda cuyo emisor o garante sea una entidad no vigilada por la SFC.	60	60	60
1.6. Participaciones en carteras colectivas abiertas sin pacto de permanencia y en fondos bursátiles.	5	5	5
1.7. Participaciones en carteras colectivas abiertas con pacto de permanencia, cerradas o escalonadas.	NA	5	5
1.8. Títulos o valores participativos (acciones de alta y media bursatilidad, incluye ETF).	15	35	45
1.8.1. Acciones de baja y mínima bursatilidad.	NA	5	5
1.9. Inversiones en fondos de capital privado (condicionado).	NA	5	7
2. Títulos, valores o participaciones de emisores del exterior (incluye depósitos a la vista)	40	60	70
2.1. Títulos de deuda emitidos o garantizados por gobiernos extranjeros o bancos centrales extranjeros.			
2.2. Títulos de deuda cuyo emisor, garante, aceptante u originador de una titularización sean bancos del exterior, comerciales o de inversión.			
2.3. Títulos de deuda cuyo emisor, garante u originador de una titularización sean entidades del exterior diferentes a bancos.			
2.4. Títulos de deuda emitidos o garantizados por organismos multilaterales de crédito.			
2.5. Participaciones en fondos representativos de índices de renta fija, incluidos los ETF.			

Inversión admisible	Límite máximo por Fondo		
	C	M	MR
2.6. Títulos o valores participativos (acciones, fondos o ETF de acciones, <i>commodities</i>).			
2.7. Participaciones en fondos de capital privado constituidos en el exterior (condicionado).	NA	5	7
3. Otras inversiones y operaciones	5	5	5
3.1. Depósitos a la vista en establecimientos de crédito nacionales y del exterior.			
3.2. Depósitos remunerados en el Banco de la República (BanRep).			
3.3. Operaciones de reporto o repo activas y operaciones simultáneas activas.	10	10	10
3.4. Operaciones con instrumentos financieros derivados.	8	8	8
3.4.1. Instrumentos financieros derivados con fines de cobertura.			
3.4.2. Instrumentos financieros derivados con fines de inversión.	2	2	2
3.5. Productos estructurados de capital protegido.	NA	5	5
3.6. Operaciones de transferencia temporal de valores.	10	10	10
Exposición a monedas externas sin cobertura cambiaria	10	35	50

Fuente: elaboración propia con base en el Decreto 857 de 2011.

Respecto a la tabla 1, es importante tener en cuenta que una de las mayores diferencias entre los tres tipos de portafolios es la inversión en títulos o valores participativos locales y del exterior (puntos 1.8 y 2.6). Para el portafolio conservador, la suma de estos puntos tiene un límite máximo del 20%. Para el portafolio moderado, la suma de estos puntos tiene un límite mínimo de 20% y máximo de 45%. Finalmente, para el portafolio de mayor riesgo, la suma de estos puntos tiene un límite mínimo de 45% y máximo de 70%.

A pesar de que la OCDE señala lo restrictiva que se vuelve la norma al imponer límites mínimos en la posición de los activos, esta es la única forma que ayuda a establecer una diferenciación clara y precisa para cada uno de los fondos. Lo anterior con el fin de que el portafolio de mayor riesgo no llegue a parecerse a los portafolios moderado o conservador (tabla 2).

Tabla 2: Clase de activo admisible

Inversión admisible	Clase de activo	Índice	Fuente
1. Títulos, valores o participaciones de emisores nacionales	Deuda Pública	COLTES LP COLTES UVR	Bolsa de Valores de Colombia
	Deuda Privada	Tasa Fija, IPC, IBR	Precia
	Renta Variable	Índice agregado de Renta Variable Local (IARVL)	Bolsa de Valores de Colombia / Bloomberg
2. Títulos, valores o participaciones de emisores del exterior (incluye depósitos a la vista).	Renta Fija	Bloomberg Barclays Global Aggregate Index (LEGATRUU)	Bloomberg
	Renta Variable	MSCI ACWI Net Total Return USD (MIWD)	Bloomberg
	Fondos de Capital Privado	S&P Listed Private Equity Total Return Index (SPLPEQTR)	Bloomberg
3. Otras inversiones y operaciones.	Mercado Monetario	COLIBR	Bolsa de Valores de Colombia
Exposición a monedas externas sin cobertura cambiaria	Peso Colombiano	TRM	Banco de la República

Fuente: elaboración propia.

De acuerdo con la norma, los títulos de emisores del exterior no tienen una restricción por región, por lo que la selección de los índices de referencia se vuelve una tarea más sencilla dado que ese límite lo determina directamente el creador del índice bajo su propia metodología. Cabe resaltar que todos los índices seleccionados son globales, por lo que se está teniendo en cuenta el comportamiento de los activos de los mercados internacionales más líquidos y grandes del mundo.

En el artículo 2.6.13.1.1. el Decreto hace alusión a las políticas de inversión y AEA y su importancia en la divulgación de estas a la SFC. Como complemento a lo anterior, en el punto b hace la aclaración de que la AEA no trata de la selección específicas de los títulos dentro de las clases de activos.

1.2. Decreto 765 de 2016

En consideración al Decreto 857 de 2011, el Decreto 765 de 2016 modifica algunos subnumerales con el fin de ampliar el universo de activos admisibles que previamente estaban limitados, a fin de mejorar potencialmente la rentabilidad

para los afiliados. Así mismo, seguir garantizando los pilares de inversión de la OCDE en activos seguros, rentables y líquidos con el fin de propender por la mejor administración de los recursos de los cotizantes.

En ese sentido, y en línea con el desarrollo del presente trabajo, las inversiones en Fondos de Capital Privado para el portafolio Moderado y de Mayor Riesgo tendrán un límite máximo de 10 y 15%, respectivamente. Además, para el portafolio de perfil conservador, la exposición a monedas externas sin cobertura cambiaria no podrá superar el 15%.

1.3. Decreto 1913 de 2018

El Decreto 1913 de 2018 reglamenta el régimen de inversiones del Fondo Nacional de Pensiones de las Entidades Territoriales (FONPET) y otros patrimonios autónomos públicos destinados a la garantía y el pago de pensiones.

No obstante, al igual que los fondos de pensiones obligatorios, estos fondos especiales se rigen bajo el Decreto 2555 de 2010, por lo que su régimen de inversiones está dado por los activos admisibles en esa norma con ligeras variaciones en sus límites respecto al Fondo Conservador del Decreto 857 de 2011.

La importancia de este decreto radica en las diferencias que tiene este portafolio con respecto al Fondo Conservador del decreto explicado en la sección anterior. Los títulos o valores participativos de un emisor exterior cuentan con un límite del 20%, en contraste con el anterior decreto que pone un límite para la suma de los puntos 1.9 y 2.6. Adicionalmente, la exposición a monedas externas sin cobertura cambiaria aumenta 5%.

En conclusión, la composición de los portafolios óptimos depende de la metodología utilizada, la clase de activo y las series de tiempo. La regulación actual es altamente influyente en la composición de cada portafolio debido a su establecimiento de límites de inversión, cada uno de los activos utilizados tiene una restricción máxima de exposición.

2. Most-Diversified Portfolio (MDP)

Con base en el artículo “Risk-Based Asset Allocation: A new answer to an old question?” de Wai Lee de 2011, existen muchas teorías de optimización de portafolio que hacen referencia a la diversificación como uno de los conceptos más importantes a la hora encontrar un portafolio eficiente, incluyendo la que se va a desarrollar en el presente trabajo.

El término de diversificación ha sido el centro de la administración de portafolios desde hace más de 50 años, cuando la teoría moderna de portafolio nace con Harry Markowitz (1952). El trabajo “Portfolio Selection” de Markowitz comprueba matemáticamente los beneficios de la diversificación en términos de la volatilidad. Los portafolios de media-varianza están diseñados para dar los más altos retornos dado un nivel determinado de riesgo, donde el riesgo se mide generalmente por la desviación estándar de los retornos.

En busca de un objetivo de riesgo manteniendo la eficiencia, están los estudios separación de fondos de Tobin (1958) y Merton (1973) y el modelo CAPM de Sharpe (1964), los cuales sugieren tener dentro del portafolio una combinación de los activos riesgosos con un activo libre de riesgo. Cabe resaltar que, una de las características en común de todos los estudios es que se requiere de un modelo de riesgo, medido a través de la matriz de covarianzas.

Después de la crisis de 2008, los administradores de portafolio comprobaron que sus modelos de diversificación en la selección de sus activos en determinados portafolios no eran lo suficientemente robustos ante choques fuertes en el mercado. Con el fin de lograr la máxima diversificación, comenzaron a realizarse estudios enfocados en el riesgo de los portafolios. Lee (2011) considera cuatro metodologías para la construcción de portafolios basados en riesgo: el portafolio igualmente ponderado, el portafolio global de mínima varianza, el portafolio de máxima diversificación y el portafolio de contribución al riesgo.

En 2009, DeMiguel, Garlappi y Uppal realizaron una comparación de 14 modelos de asignación de activos diferentes y concluyeron que “ninguno de los enfoques es consistentemente mejor que el portafolio igualmente ponderado” (Lee, 2011). Un portafolio igualmente ponderado considera que todos los activos dentro del portafolio ponderan igual. En otras palabras, para n activos, el peso de cada activo dentro del portafolio será dado por $1/n$. En teoría, es un portafolio que no cumpliría ningún objetivo. De hecho, si los activos dentro del portafolio tienen la misma correlación entre ellos, así como retornos y volatilidades iguales, se podría considerar el portafolio como de media-varianza. Dado que este modelo no considera las características de cada uno de los activos, no garantiza la diversificación. No obstante, el grado de diversificación dependerá directamente de la selección de los activos, por lo que el portafolio será muy sensible al método de elección.

En 2008, Behr, Güttler y Miebs realizaron un estudio de varios portafolios globales de mínima-varianza bajo diferentes escenarios de restricción y concluyeron que tenían un “mejor rendimiento ajustado por riesgo”, en comparación

con los portafolios construidos bajo el criterio de capitalización bursátil (Lee, 2011). El portafolio global de mínima-varianza es único por lo que supone ser el que tiene la volatilidad esperada más baja de todos los posibles portafolios y también se construye a través de la matriz de covarianzas. Cabe resaltar que es el único portafolio que no utiliza el retorno esperado de los activos como *input* para su optimización. El hecho de ser el portafolio global de mínima-varianza no garantiza que sea diversificado. El portafolio es completamente indiferente a los retornos esperados, por lo que la contribución marginal de riesgo de los activos es idéntica. Cabe aclarar que esto no significa que la contribución de riesgo de cada activo es igual, dado que cada activo tiene una volatilidad y una ponderación diferentes dentro del portafolio.

En 2010, autores como Allen, Foresti y Rush, Levell, Maillard, Roncalli y Teiletche realizaron estudios sobre los portafolios de contribución al riesgo, el cual consiste en un aporte igual de riesgo de cada activo dentro del portafolio.

Finalmente, Chouefaty y Coignard (2008) construyen un modelo que busca maximizar lo que ellos interpretan como la ratio de máxima diversificación. Introducen la nueva medida, la cual consiste en el promedio ponderado de las volatilidades de los activos sobre la volatilidad del portafolio de los mismos activos.

En 2008, Chouefaty y Coignard publican su artículo “Toward maximum diversification”, en donde explican las propiedades teóricas y empíricas de la diversificación como criterio en la construcción de portafolios. Adicionalmente, comparan el comportamiento del portafolio resultante con estrategias comunes y simples, como son el portafolio ponderado por capitalización de mercado, el portafolio de mínima varianza y el portafolio cuyos activos tienen la misma ponderación dentro de este.

Definen la ratio de diversificación como la razón del promedio ponderado de las volatilidades y la volatilidad de la cartera.

$$D(P) = \frac{P' * \Sigma}{\sqrt{P'VP}} \quad (1)$$

Donde: V es la matriz de covarianzas, P el vector de ponderación de activos dentro del portafolio ($\sum_{i=1}^N W_{pi}$) y Σ el vector de volatilidades de activos. También señalan que C es la matriz de correlación y Γ es un conjunto de restricciones aplicadas a la ponderación de los activos dentro del portafolio.

Por lo tanto, el portafolio que, ante un conjunto de restricciones maximiza la ratio de diversificación en un universo U , es el Most Diversified Portfolio, denotado como $M(\Gamma, U)$.

La ratio de diversificación de cualquier portafolio será estrictamente superior a 1, excepto cuando sea equivalente a un portafolio de un solo activo, en cuyo caso el índice de diversificación será igual a 1.

2.1. Método de optimización

En 2018, Theron y Vuuren, en su artículo “The maximum diversification investment strategy: A portfolio performance comparison”, realiza una comparación de cuatro diferentes estrategias de optimización de portafolio. El documento presenta un acercamiento a cada tipo de construcción de portafolio y resume el problema de optimización del Most Diversified Portfolio (MDP).

La función objetivo que se establece para la optimización a través del MDP es la siguiente:

$$\min_w \frac{1}{2} W' \Omega W \quad (2)$$

$$\text{s.t. } w' \sigma = 1 \quad (3)$$

Donde: W representa el vector de los pesos del portafolio por optimizar, Ω es la matriz de covarianza de los retornos y σ es el vector de volatilidades.

De acuerdo con lo anterior, se determina que el problema de optimización obedece a la siguiente función de Lagrange:

$$L(W, \lambda) = \frac{1}{2} W' \Omega W - \lambda (W' \sigma - 1) \quad (4)$$

Donde λ es el multiplicador de Lagrange.

Las condiciones de primer orden son:

$$\frac{\delta L(W, \lambda)}{\delta W} = \frac{1}{2} * 2 \Omega W_{MD} - \lambda \sigma = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\delta L(W, \lambda)}{\delta \lambda} = W'_{MD} \sigma - 1 = 0 \quad (6)$$

En conclusión,

$$WMD = \lambda \Omega^{-1} \sigma \quad (7)$$

$$\lambda = \frac{1}{\sigma' \Omega^{-1} \sigma} \quad (8)$$

Finalmente, al sustituir el vector de pesos óptimos se establece como:

$$W_{MD} = \frac{\Omega^{-1} \sigma}{\sigma' \Omega^{-1} \sigma} \quad (9)$$

La política de inversión de los fondos de pensiones no admite las operaciones en corto, es decir, la ponderación de los activos debe ser igual o mayor a cero. Teniendo en cuenta lo anterior, la función objetivo que se establece para la optimización a través del MDP, con restricciones de no negatividad, es la siguiente:

$$\min_w \frac{1}{2} W' \Omega W \quad (10)$$

$$\text{s.t. } w' \sigma = 1 \quad (11)$$

$$w_i \geq 0 \quad (12)$$

Para la solución del problema de optimización, Goldfarb e Idnani (1981) realizaron un estudio donde consideraron un problema de programación cuadrática estrictamente convexa:

$$\min_x f(x) = f_0 + a^T x + \frac{1}{2} x^T G x \quad (13)$$

$$\text{s.t. } s(x) \equiv c^T x - b \geq 0 \quad (14)$$

Donde: x y a son n -vectores, G es una matriz $n \times n$ definida positiva y C es una matriz $n \times m$, b y el vector $s(x)$ son m -vectores y la T denota transposición.

Los autores describen un algoritmo dual eficiente y numéricamente estable para la programación cuadrática definida positiva que aprovecha el hecho de que el mínimo ilimitado de la función objetivo se puede utilizar como punto de partida.

La base teórica del estudio considera que los métodos para resolver problemas de programación cuadrática se pueden clasificar en métodos de tipo simplex modificados o métodos de proyección.

- Métodos de tipo simplex modificados: realizan pivotes de tipo simplex sobre matrices base que se derivan de las condiciones de optimalidad de Kuhn-Tucker.
- Métodos de proyección: se basan en proyecciones sobre un conjunto de restricciones.

El método propuesto por Goldfarb e Idnani (1983) considera un algoritmo dual de tipo proyección el cual consiste en dos fases:

- Obtención de un punto factible.
- Optimización mientras se mantiene la factibilidad.

En otras palabras, se realizan pruebas computacionales a través de un número de iteraciones en busca del punto óptimo, siempre estableciendo la factibilidad condicionada por la restricción de la función objetivo.

2.2. Matriz de covarianza

De acuerdo con Ledoit y Wolf (2003), no se debería utilizar la matriz de covarianza para optimizar un portafolio. Los autores indican que esta contiene un error de estimación. En su lugar, sugieren usar una matriz obtenida de la matriz de covarianzas a través de una transformación llamada contracción.

La idea es arrastrar los coeficientes más extremos hacia valores más centrales, a fin de reducir sistemáticamente el error de estimación. En otras palabras, llevar los valores más extremos de la matriz de covarianzas hacia sus valores centrales. Estadísticamente, el desafío es determinar la intensidad óptima de contracción, y dar una fórmula para eso. Para la transformación se requiere de una matriz de contracción (F) y la constante de contracción (δ), considerando una matriz de covarianza muestral (Ω):

$$\partial F + (1 - \delta)\Omega \tag{15}$$

Para obtener la matriz F se utiliza el modelo de correlación constante y para la constante de contracción los autores proponen usar una función de pérdida, basada en la norma de Frobenius, donde Σ es la matriz de covarianza poblacional:

$$L(\delta) = \|\delta F + (1 - \delta)\Omega - \Sigma\| \quad (16)$$

Proponen una nueva fórmula para estimar la matriz de covarianzas de los rendimientos que puede reemplazar beneficiosamente la matriz de covarianzas en cualquier aplicación de optimización de varianza media. La importancia del método es que los coeficientes estimados en la matriz de covarianzas, que son extremadamente altos, tienden a contener muchos errores positivos y, por lo tanto, deben ser aproximados a su media. Del mismo modo, compensan el error negativo que tiende a incrustarse dentro de coeficientes estimados extremadamente bajos.

Debido al enfoque de esta metodología, las AFP pueden considerarla para establecer una AEA óptima para cada uno de sus portafolios, teniendo en cuenta los límites de inversión por clase de activos establecidos por los diferentes decretos. El concepto de diversificación es llevado a un nivel más alto con respecto al modelo clásico de media-varianza, en línea con el objetivo de estos fondos.

3. Aplicación de la metodología Most Diversified Portfolio en los FPO de Colombia

El desarrollo e implementación de la metodología MDP se realizó bajo el código computacional R y se tuvieron en cuenta los siguientes supuestos, en consideración a las atribuciones de los autores:

- Los inversionistas son racionales.
- El mercado es eficiente y no tiene oportunidades de arbitraje.
- El pronóstico de las volatilidades es preciso.
- Todos los demás pronósticos no se tienen en cuenta en la fijación de precios de los activos.
- No considera fricciones de mercado.

Es importante aclarar que las hipótesis anteriores no restan importancia al estudio realizado puesto que se trata de encontrar la AEA para los fondos de pensiones colombianos de acuerdo con el perfil, es decir, se busca la composición óptima de los portafolios en términos de activos.

La serie de datos utilizada recoge un rango de precios diarios de 5 años (de enero de 2015 hasta agosto de 2020), lo cual permite realizar un estudio robusto en el comportamiento del portafolio óptimo. La serie no considera fines de semana ni festivos locales. Adicionalmente, para este ejercicio, el rebalanceo de los portafolios se hará mensualmente. En caso de no generar una solución en el rebalanceo del portafolio determinado, se analiza la muestra con un número más amplio de datos o se considera la misma composición del periodo previo. Lo anterior debido a que los límites normativos llegan a ser tan restrictivos para el modelo en ciertos periodos de tiempo, que la optimización no establece una solución.

El ejercicio para cada uno de los perfiles de riesgo de los portafolios consiste en construir una función con cuatro variables de entrada: la primera es consistente con el periodo por estudiar, la segunda con el periodo por analizar, la tercera con el porcentaje de cobertura y la cuarta con el porcentaje de descubierta. En otras palabras, el periodo uno contiene los datos históricos de los activos utilizados para la construcción del portafolio óptimo, mientras que el periodo dos corresponde a los datos históricos de los activos utilizados para la evaluación del portafolio óptimo.

En consideración a las necesidades de liquidez de cada uno de los portafolios, se estableció un límite inferior para esta clase de activo del 1,5%. A pesar de que la norma no señala este nivel, las AFP deben cumplir con unos niveles mínimos de liquidez y, de la misma manera, cumplir con el indicador IRL de acuerdo con Basilea III.

El cálculo de la matriz de covarianza se ajusta con una función de contracción dado que, como se mencionó anteriormente, es el mejor método para garantizar una mejora a este *input*. La contracción de la varianza consiste en hallar la varianza empírica de cada variable y reducirla hasta su media con base en un estimado de intensidad. En comparación con las estimaciones estándar, la estimación de contracción es más eficiente al mostrar un mejor error cuadrático medio y la inversión de la matriz es más eficiente (Opgen-Rhein y Strimmer, 2007).

3.1. Portafolio conservador

El ejercicio del portafolio conservador muestra que, a lo largo de los periodos estudiados, los activos internacionales se encuentran en el límite establecido en la mayoría de los casos. Por otro lado, los activos locales permanecen como un todo con la mayor ponderación, pero al momento de la desagregación por tipo de activo se observa que la ponderación cambia considerablemente entre periodos. En un análisis un poco más detallado, se observa que la renta fija internacional

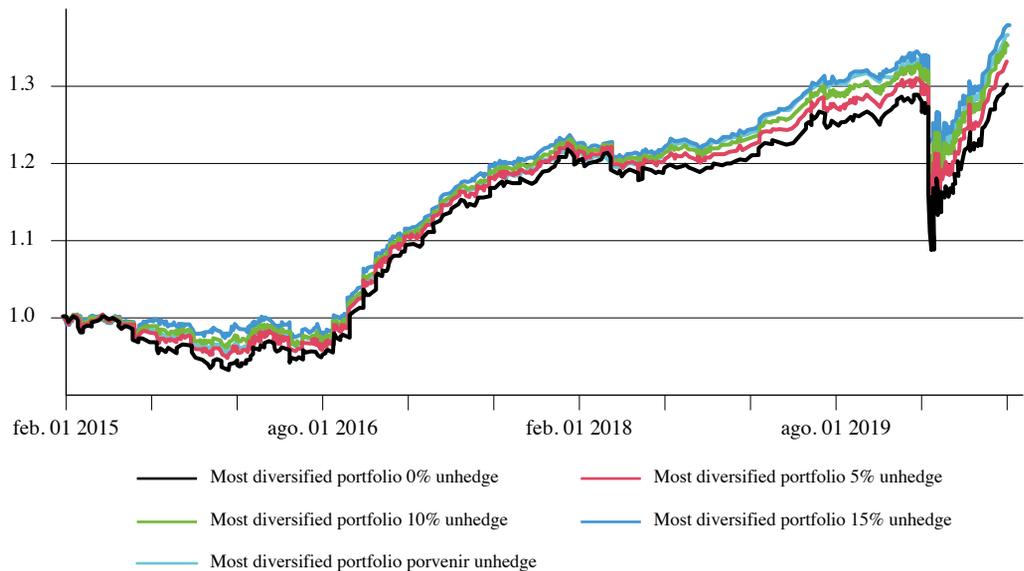
es aquella que ocupa la mayor ponderación en más periodos, seguido de la deuda privada IPC (índice de precios al consumidor) y la deuda pública UVR (unidad de valor real).

En cuanto al desempeño del portafolio, se establecieron cuatro escenarios en los cuales se pudiera observar el efecto cambiario en el retorno acumulado. Aunque la diferencia no es tan notoria, se puede evidenciar que el portafolio que se encuentra descubierto al límite máximo (15%) es aquel que presenta un mejor comportamiento en el retorno acumulado. Adicionalmente, se determinó un quinto escenario para el cual tenía el mismo nivel de descubertura que el portafolio conservador de la AFP colombiana.

Con el fin de no distorsionar la volatilidad de cada uno de los activos con el efecto cambiario, la optimización se realizó con los activos en su moneda de origen, la cual asume una cobertura del 100% a través de un *swap* de caja a *fix* de mercado. No obstante, en los periodos de evaluación del desempeño del portafolio se consideran niveles de descubertura al multiplicar los rendimientos de la tasa representativa del mercado (TRM) en diferentes proporciones.

Es importante resaltar que, a pesar de la fuerte desvalorización de los activos en marzo de 2020, la recuperación de la cartera se evidenció en forma de V y logró superar los niveles de retorno acumulado para finales de agosto (figura 1).

Figura 1: *Performance* portafolio conservador



Fuente: elaboración propia.

3.2. Portafolio moderado

El ejercicio del portafolio moderado muestra que, a lo largo de los periodos estudiados, existe una gran volatilidad en el cambio de sus ponderaciones. Por otro lado, la suma de la ponderación de la renta variable cumple con el límite mínimo normativo, en otras palabras, la restricción obliga la inversión del portafolio en este tipo de activo, bien sea local o internacional. Adicionalmente, en varias ocasiones, el activo alternativo lleva al máximo su participación, que debido al cambio normativo aumentó en un 5%, al pasar del 5 al 10%.

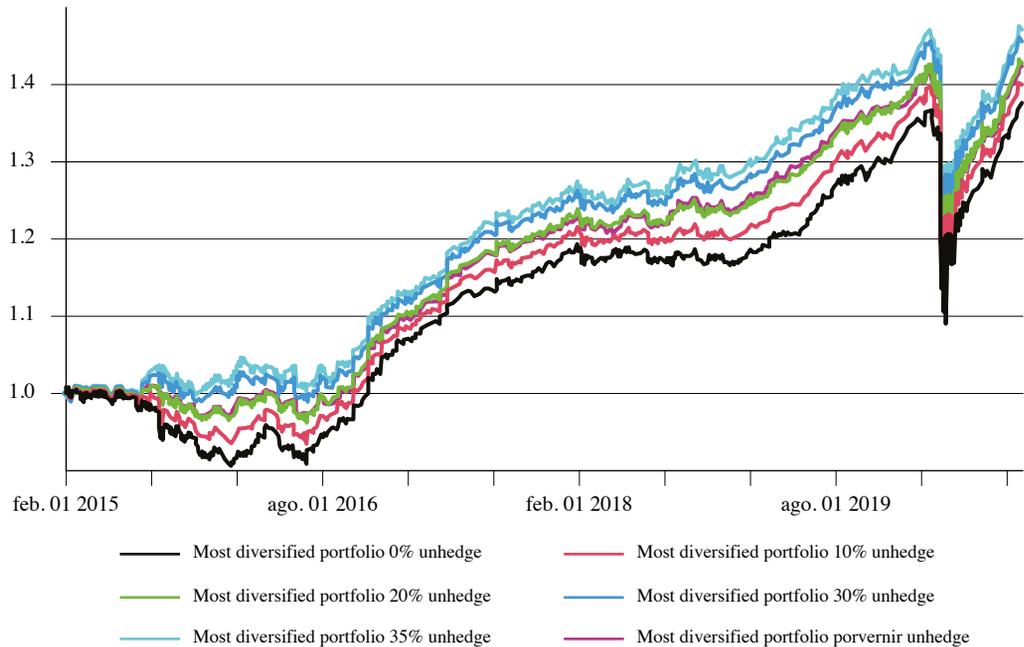
En cuanto al desempeño del portafolio, se establecieron seis escenarios en los cuales se pudiera observar el efecto cambiario en el retorno acumulado. Dado que en el sexto escenario el portafolio teórico tenía el mismo nivel de descubertura que el portafolio moderado de la AFP colombiana, se observa que su comportamiento es similar a un portafolio que se encuentra 20% descubierto. No obstante, el máximo potencial se observa en aquel portafolio cuya descubertura es la máxima permitida del 35%, en especial durante los primeros periodos de estudio.

Con el fin de no distorsionar la volatilidad de cada uno de los activos con el efecto cambiario, la optimización se realizó con los activos en su moneda de origen, la cual asume una cobertura del 100% a través de un *swap* de caja a *fix* de mercado. No obstante, en los periodos de evaluación del desempeño del portafolio se consideran niveles de descubertura al multiplicar los rendimientos de la TRM en diferentes proporciones.

Es importante resaltar que, a pesar de la fuerte desvalorización de los activos en marzo de 2020, la recuperación de la cartera se evidenció en forma de V y logró alcanzar los niveles de retorno acumulado para finales de agosto (figura 2).

3.3. Portafolio mayor riesgo

El ejercicio del portafolio de mayor riesgo muestra que, a lo largo de los periodos estudiados, en casi ninguno los activos de deuda pública local son recomendación de inversión. Por otro lado, la suma de la ponderación de la renta variable cumple con el límite mínimo normativo, en otras palabras, la restricción obliga la inversión del portafolio en este tipo de activo, bien sea local o internacional.

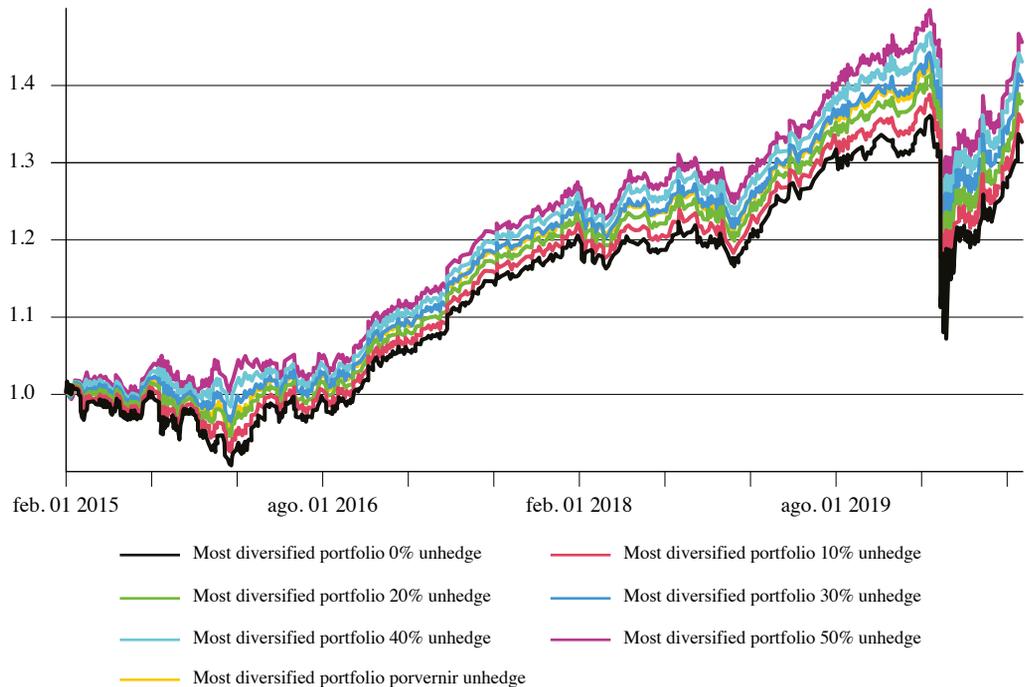
Figura 2: *Performance* Portafolio Moderado

Fuente: elaboración propia.

En cuanto al desempeño del portafolio, se establecieron siete escenarios en los cuales se pudiera observar el efecto cambiario en el retorno acumulado. Dado que en el séptimo escenario el portafolio teórico tenía el mismo nivel de descubierta que el portafolio Moderado de la AFP colombiana, se observa que su comportamiento es similar a un portafolio que se encuentra entre el 20 y 30% descubierta. No obstante, el máximo potencial se observa en aquel portafolio cuya descubierta es la máxima permitida del 50%, en especial durante los primeros periodos de estudio.

Con el fin de no distorsionar la volatilidad de cada uno de los activos con el efecto cambiario, la optimización se realizó con los activos en su moneda de origen, la cual asume una cobertura del 100% a través de un *swap* de caja a *fix* de mercado. No obstante, en los periodos de evaluación del desempeño del portafolio se consideran niveles de descubierta al multiplicar los rendimientos de la TRM en diferentes proporciones.

Es importante resaltar que en el portafolio considerado con un riesgo más alto, la recuperación de la cartera después de marzo de 2020 no logró superar los niveles de retorno acumulado para finales de agosto (figura 3).

Figura 3: *Performance* portafolio de mayor riesgo

Fuente: elaboración propia.

4. Comparación de la metodología Most Diversified Portfolio y Portafolio Real para el mandato de los FPO

Con el fin de determinar la eficiencia de la metodología MDP en los portafolios de inversión de las AFP, se realiza una comparación con un *benchmark* de mercado el cual consiste en portafolios reales para cada uno de los perfiles de riesgo. Actualmente, en el mercado hay cuatro Administradoras de Fondos de Pensiones Privadas (AFPP) (Protección S.A., Porvenir S.A., Skandia S.A., Colfondos S.A.) y para el desarrollo de este trabajo se toma como *benchmark* la AFP Porvenir S.A. debido a que el valor del fondo es el más alto en los tres perfiles de riesgo, lo que indica su importancia dentro del mercado colombiano. Con el fin de conocer la composición de los portafolios *benchmark* se puede remitir al anexo.

De acuerdo con la sección anterior, con el fin de que los portafolios sean comparados con el mismo nivel de exposición cambiaria, se utilizó el porcentaje sin cobertura del portafolio colombiano en el portafolio teórico. Cabe resaltar

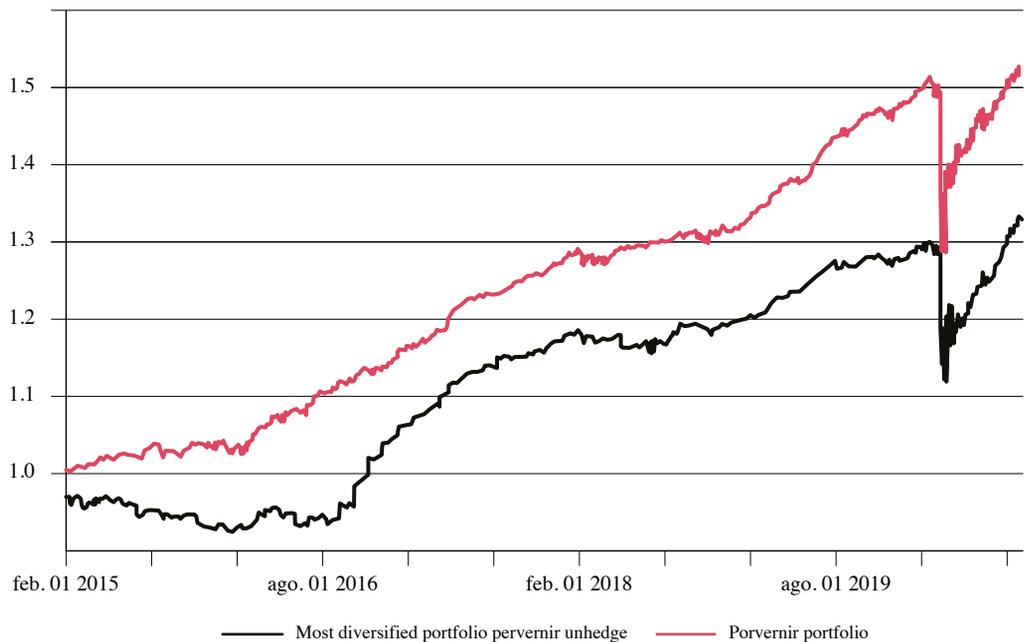
que, previo a la evaluación del portafolio, la optimización de este se realiza sobre los activos en su moneda de origen puesto que, al calcular la cartera sobre activos en moneda local, se distorsiona el comportamiento de estos al incluir la volatilidad de la moneda.

4.1. Portafolio conservador

El portafolio conservador es el que se considera de riesgo más bajo para los cotizantes. De hecho, como se menciona en la sección dos del documento, en caso de no tener un portafolio determinado para el perfil de retiro programado, el perfil conservador será aquel que reemplace su política de inversión.

Este portafolio es de suma importancia en el sentido de que es el utilizado para aquellos cotizantes que se encuentran en la última etapa de acumulación de recursos para la pensión. Por lo tanto, la preservación de capital resulta ser el objetivo principal de las AFP y la regulación así lo determina, para lo cual establece límites más pequeños en cuanto a la inversión en activos de renta variable y exposición a la volatilidad del tipo de cambio (figura 4).

Figura 4: *Performance* portafolio conservador. Conservador Porvenir vs. Most Diversified Portfolio

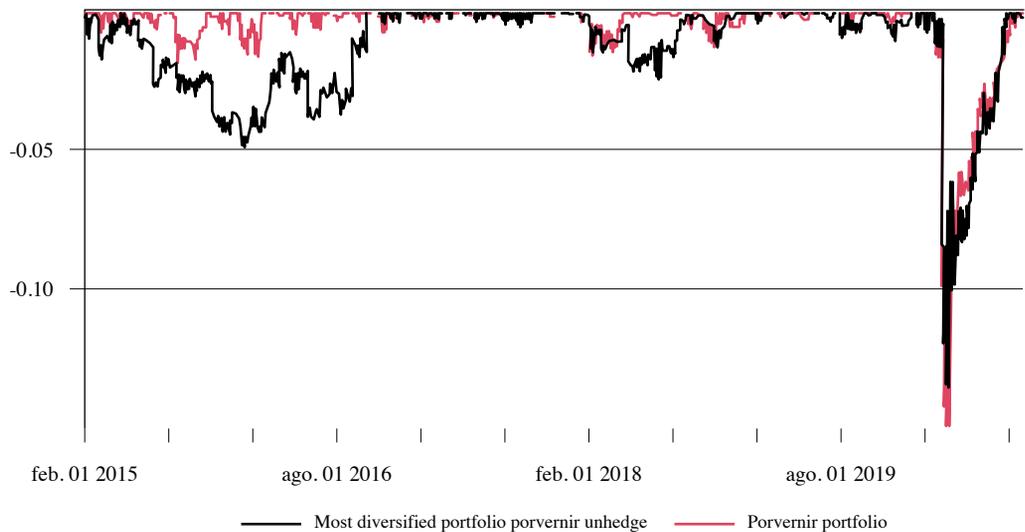


Fuente: elaboración propia.

Los retornos evidenciados están impulsados, en gran medida, por el comportamiento presentado en los primeros periodos de estudio. Gráficamente se puede identificar cómo el portafolio de Porvenir no incurre en pérdidas durante el primer año, mientras que el portafolio MDP cae hasta presentar rentabilidades negativas.

Sin embargo, en marzo de 2020 se observa cómo la caída para ambas metodologías es similar y la diferencia es representada por el nivel de rentabilidad en el que se encontraba previamente a la crisis. Por lo anterior, en la figura 5 se puede observar el *drawdown* de los portafolios en los diferentes periodos de tiempo. Cabe resaltar que, a diferencia del portafolio de Porvenir, el MDP, al realizarse con índices, no posee la causación de los fines de semana de los activos de renta fija.

Figura 5: *Drawdowns* Portafolio Conservador. Conservador Porvenir vs Most Diversified Portfolio



Fuente: elaboración propia.

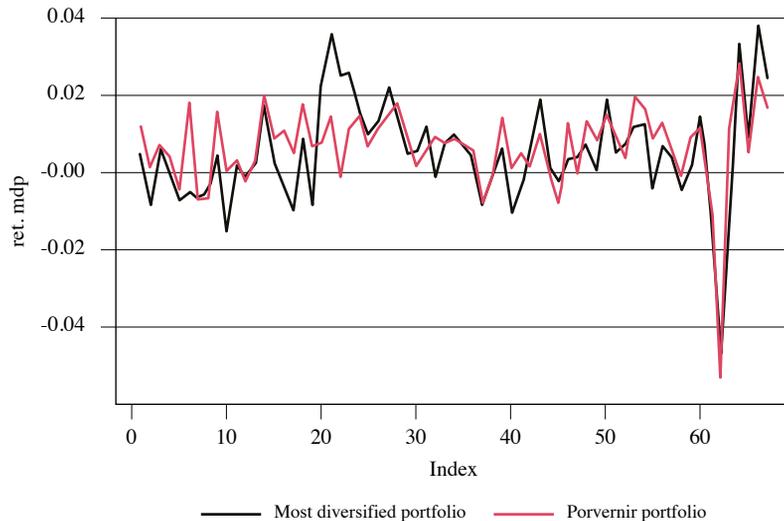
En la figura 6 se puede observar la representación superpuesta de los resultados de retorno, volatilidad, ratio de Sharpe y máximo *drawdown* para el portafolio MDP y el portafolio de Porvenir del perfil conservador en los diferentes periodos analizados.

En el Panel A se puede distinguir cómo las rentabilidades mensuales del portafolio de Porvenir no oscilan tanto con respecto a su media (+0,64%), en contraste con las del portafolio MDP (+0,47%). Así mismo, la volatilidad del portafolio MDP presenta picos durante algunos periodos de estudio donde supera los niveles de 0,20%, mientras que el portafolio de Porvenir tiende a mantener su volatilidad por debajo de estos niveles, con excepción de marzo de 2020 cuando la volatilidad supera a la del portafolio teórico.

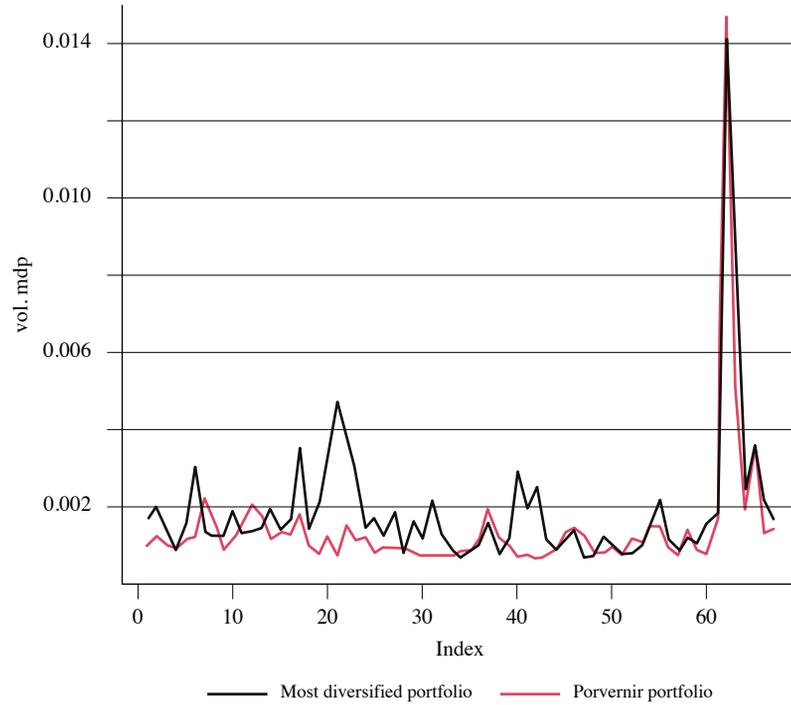
En el Panel C se puede observar cómo la ratio de Sharpe para ambos portafolios oscila entre -5 y 20; sin embargo, durante los primeros periodos de estudio, el portafolio de Porvenir está por encima del MDP con valores más positivos o menos negativos.

Finalmente, en el Panel D se observa el máximo *drawdown* de los portafolios y se evidencia cómo en varios periodos el portafolio MDP supera al de Porvenir. No obstante, durante la caída de retorno más grande (marzo 2020), el portafolio de Porvenir alcanzó a tener un *drawdown* superior al del portafolio teórico.

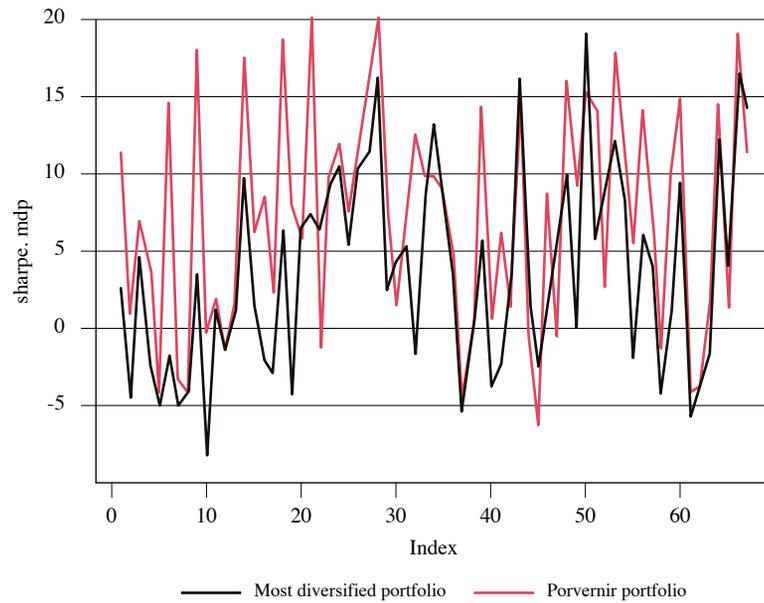
Figura 6: Comparación gráfica de indicadores de desempeño por periodo



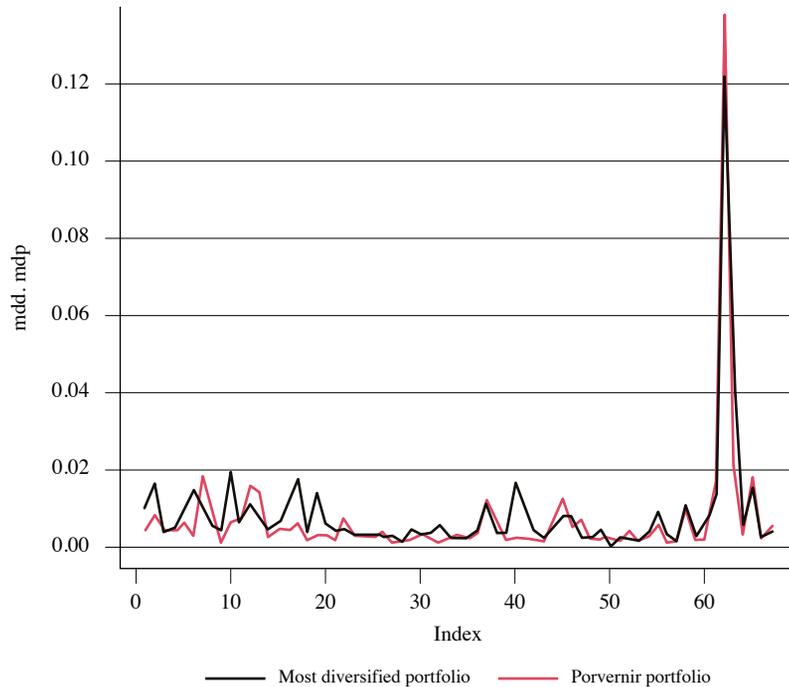
Panel A. Retorno



Panel B. Volatilidad



Panel C. Sharpe ratio



Panel D. Máximo *drawdown*

Fuente: elaboración propia.

La evaluación de desempeño acumulado de los portafolios con base en otros indicadores nos muestra que el MDP tiene una capacidad más alta de recuperación en comparación con el portafolio de Porvenir; así mismo, el máximo *drawdown* del MDP es inferior que el del portafolio conservador de Porvenir.

Dado la mejor *performance* en rentabilidad por parte del portafolio de Porvenir es de esperar que tanto el Information Ratio como el Alpha de Jensen den resultados negativos. Por otro lado, al comparar otras medidas de desempeño del retorno sobre medidas de riesgo diferentes a la desviación estándar, como el Calmar Ratio y Martin Ratio, se observa que el portafolio de Porvenir presenta un mejor desempeño (tabla 3).

Tabla 3: Otros indicadores de desempeño en los portafolios conservadores

Portafolio	Rentabilidad Acumulada	Sharpe Ratio	Calmar Ratio	Martin Ratio	Máximo Draw-down	Draw-down Promedio	Recovery Promedio	Tracking Error	Information Ratio	Alpha de Jensen
MDP	36,28%	0,91	0,29	1,67	13,55%	19,23	10,19	2,83%	-0,50	-0,55%
Porvenir	52,19%	1,37	0,36	3,09	14,96%	10,61	6,24			

Fuente: elaboración propia.

4.2. Portafolio moderado

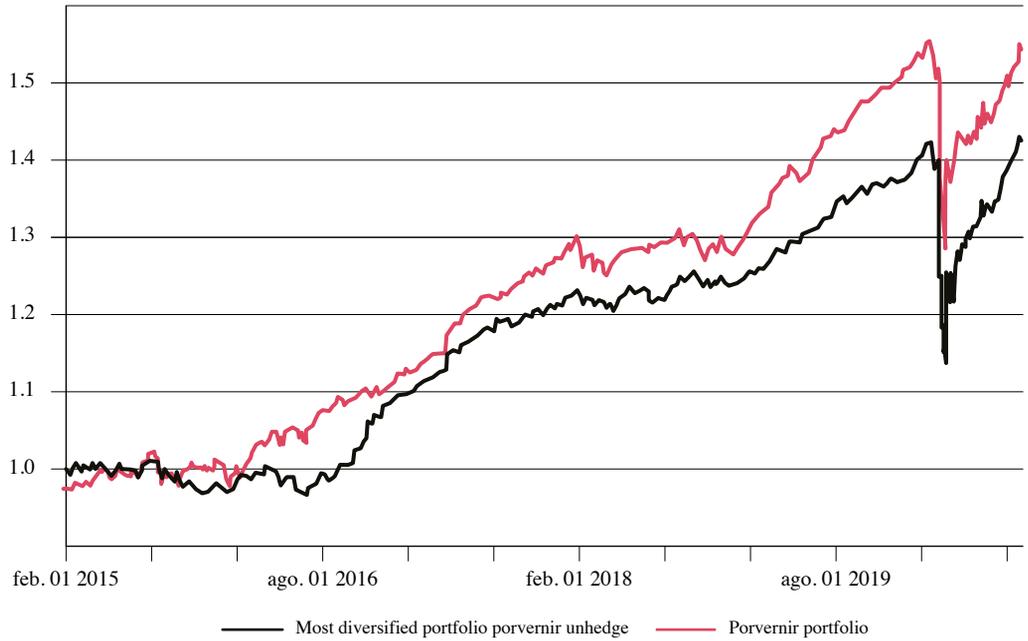
El portafolio moderado es el que se considera de riesgo medio para los cotizantes, por lo que es aquel que tiene mayor inversión. Lo anterior debido a que, con excepción del retiro programado, es el portafolio en el que todos los cotizantes tienen invertidos sus recursos, aunque sea en una pequeña parte.

Este portafolio es de suma importancia en el sentido de que es el que se puede considerar el más estructural, utilizado para generar ingresos sin incurrir en demasiada volatilidad. Si bien la preservación de capital es el objetivo principal de las AFP y la regulación así lo determina, los rendimientos resultan ser un factor clave a la hora de la acumulación del capital por lo que los límites de inversión son más flexibles en este tipo de portafolio, e incluso la norma establece un mínimo de inversión en ciertos activos para diferenciar el perfil de riesgo (figura 7).

Al igual que el portafolio conservador, los retornos acumulados distan significativamente. Sin embargo, al comparar las rentabilidades acumuladas de los portafolios teóricos se observa una mejora entre los diferentes perfiles, incluso superior a la rentabilidad acumulada de los portafolios de Porvenir. Gráficamente se puede identificar cómo el portafolio moderado de Porvenir no incurre en pérdidas durante los primeros 6 meses, mientras que el MDP extiende su pérdida en 18 meses.

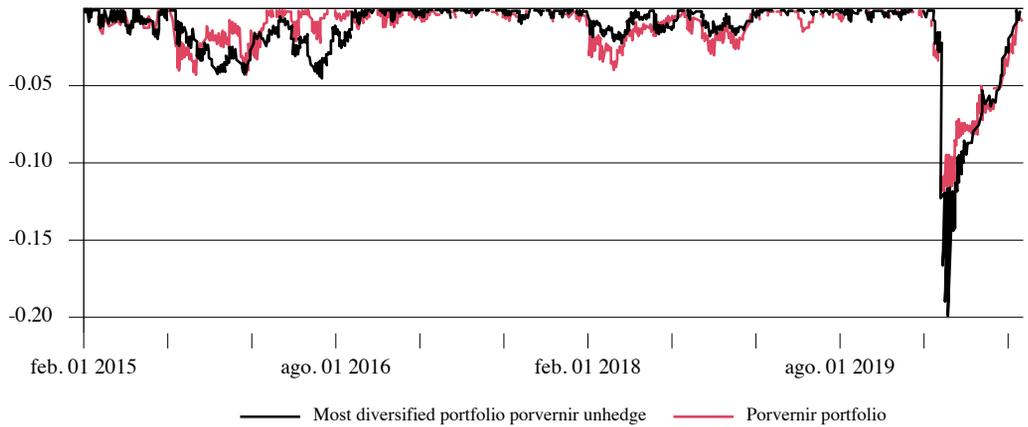
En marzo de 2020 se observa cómo la caída para ambas metodologías es similar y la diferencia se evidencia en los primeros meses de recuperación, donde el portafolio de Porvenir supera al de MDP. Posterior a la recuperación de corto plazo, el comportamiento de ambos portafolios es prácticamente el mismo. Cabe resaltar que, a diferencia del portafolio de Porvenir, el MDP al realizarse con índices, no posee la causación de los fines de semana de los activos de renta fija (figura 8).

Figura 7: *Performance* portafolio moderado. Moderado
Porvenir vs. Most Diversified Portfolio



Fuente: elaboración propia.

Figura 8: *Drawdowns* portafolio moderado. Moderado
Porvenir vs. Most Diversified Portfolio



Fuente: elaboración propia.

En la figura 9 se puede observar la representación superpuesta de los resultados de retorno, volatilidad, ratio de Sharpe y máximo *drawdown* para los portafolios MDP y Porvenir del perfil moderado en los diferentes periodos analizados.

En el Panel A se puede distinguir cómo las rentabilidades mensuales del portafolio de Porvenir no oscilan tanto con respecto a su media (+0,69%), en contraste con las del portafolio MDP (+0,54%). Así mismo, la volatilidad del portafolio MDP presenta picos durante algunos periodos de estudio donde supera los niveles de 0,3%, mientras que el de Porvenir tiende a mantener su volatilidad por debajo de estos niveles, con excepción de marzo de 2020 cuando la volatilidad superó a la del portafolio teórico.

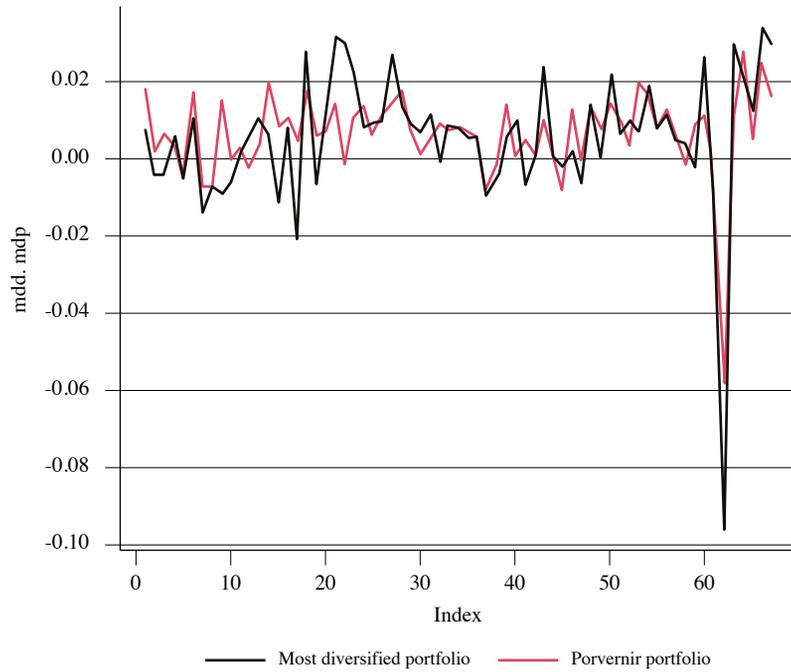
En el Panel C se puede observar cómo la ratio de Sharpe para ambos portafolios oscila entre -5 y 20; sin embargo, durante los primeros periodos de estudio, el portafolio de Porvenir está por encima del de MDP con valores más positivos o menos negativos. En contraste con el perfil conservador, al superponer los resultados de ambos portafolios no se observa tanta desviación en los valores durante los primeros periodos de estudio.

Finalmente, en el Panel D se observa el máximo *drawdown* de los portafolios y se evidencia cómo en varios periodos el portafolio de Porvenir supera al MDP. No obstante, durante la caída de retorno más grande (marzo 2020), el portafolio teórico alcanzó a tener un *drawdown* superior al de Porvenir.

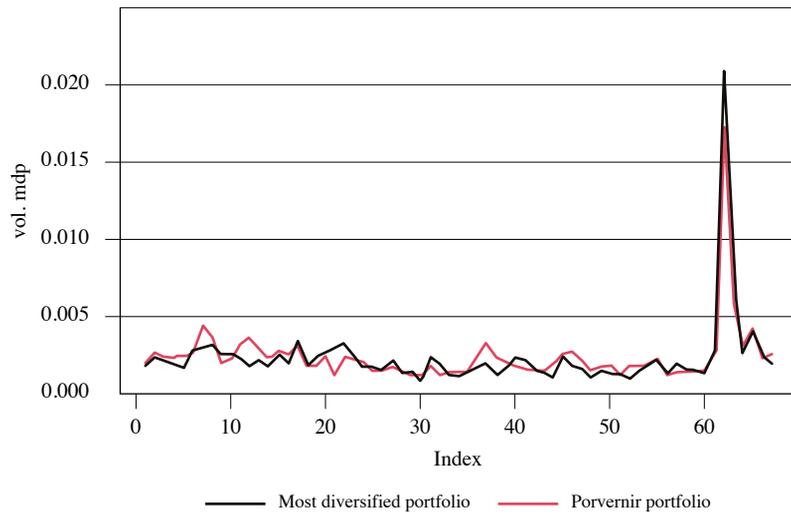
La evaluación de desempeño acumulado de los portafolios con base en otros indicadores nos muestra que el portafolio MDP en el perfil moderado tiene una capacidad ligeramente más alta de recuperación en comparación con el portafolio de Porvenir. No obstante, el portafolio MDP tiene un máximo *drawdown* superior.

Dado la mejor *performance* en rentabilidad por parte del portafolio de Porvenir es de esperar que tanto el Information Ratio como el Alpha de Jensen den resultados negativos. Por otro lado, al comparar otras medidas de desempeño del retorno sobre medidas de riesgo diferentes a la desviación estándar, como el Calmar Ratio y Martin Ratio, se observa que el portafolio de Porvenir presenta un mejor desempeño (tabla 4).

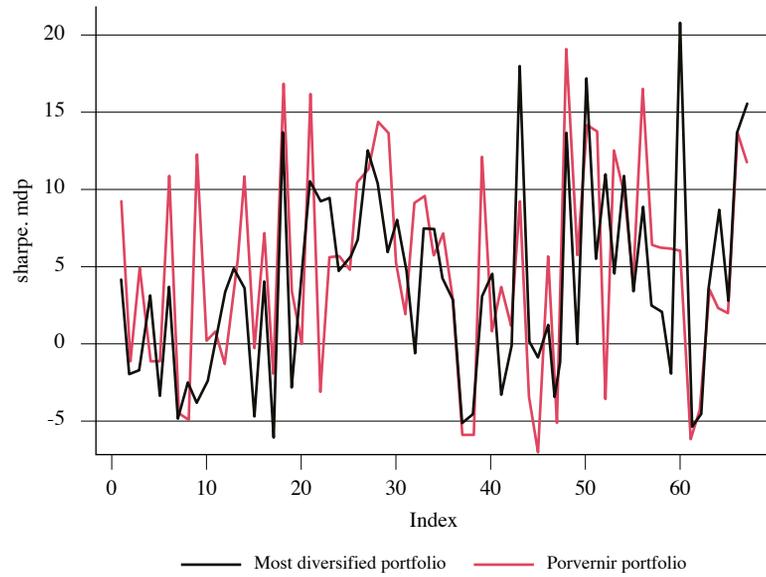
Figura 9: Comparación gráfica de indicadores de desempeño por periodo



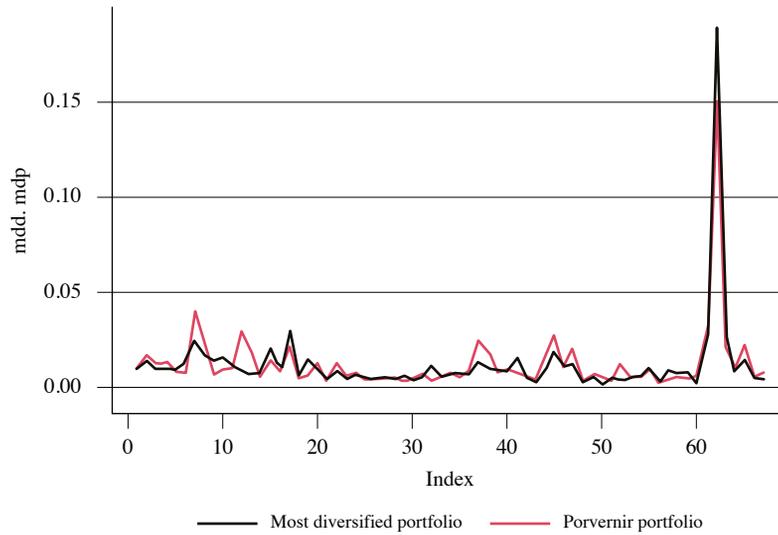
Panel A. Retorno



Panel B. Volatilidad



Panel C. Sharpe ratio



Panel D. Máximo drawdown

Fuente: elaboración propia.

Tabla 4: Otros indicadores de desempeño en los portafolios moderados

Portafolio	Rentabilidad Acumulada	Sharpe Ratio	Calmar Ratio	Martin Ratio	Máximo Draw-down	Draw-down Promedio	Recovery Promedio	Tracking Error	Information Ratio	Alpha de Jensen
MDP	42,29%	0,83	0,22	1,55	20,22%	20,49	10,28	3,46%	-0,37	-0,39%
Porvenir	56,99%	1,16	0,34	2,24	16,97%	15,42	10,13			

Fuente: elaboración propia.

4.3. Portafolio mayor riesgo

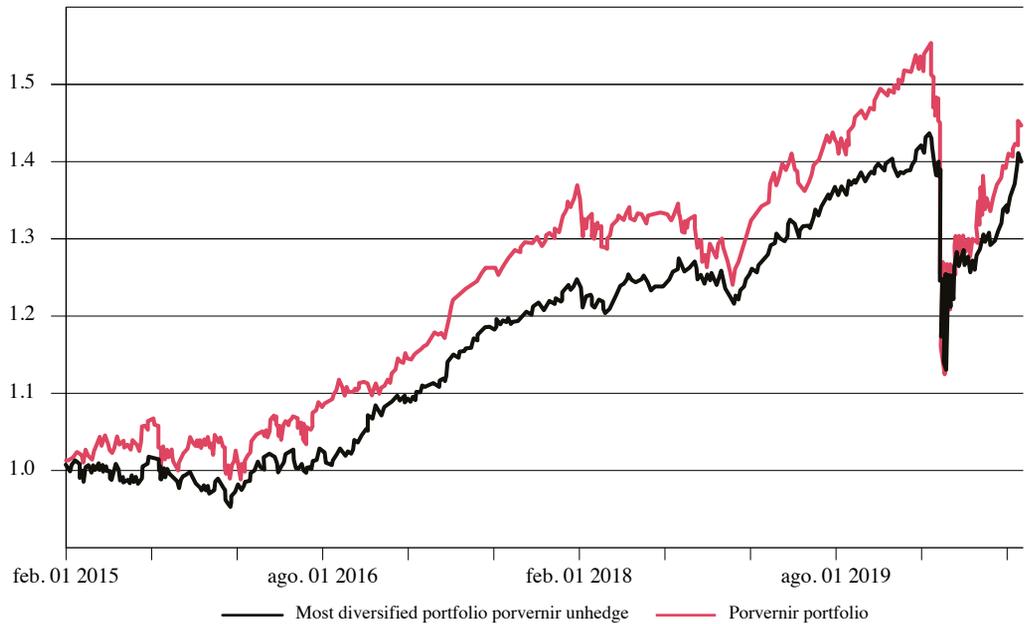
El portafolio de mayor riesgo es el que se considera de riesgo alto para los cotizantes, por lo que es aquel que suele recomendarse a los cotizantes jóvenes con mayor tiempo de acumulación de recursos. Lo anterior debido a que es el portafolio con mayor volatilidad, pero con más tiempo de recuperación.

Este portafolio es de suma importancia en el sentido de que se puede considerar de largo plazo, utilizado para generar mayores ganancias al sacrificar seguridad en la inversión. Si bien la preservación de capital resulta ser el objetivo principal de las AFP y la regulación así lo determina, los rendimientos en una etapa temprana de la cotización son un factor clave a la hora de la acumulación del capital para el final de la etapa de contribución, por lo que los límites de inversión son más flexibles en este tipo de portafolio, e incluso la norma establece un mínimo de inversión en ciertos activos para diferenciar el perfil de riesgo (figura 10).

En contraste con los portafolios moderado y conservador, los retornos acumulados se acercan más a los del portafolio de Porvenir y al final del periodo estudiado la diferencia no es tan amplia. Gráficamente se puede identificar cómo el portafolio de Porvenir incurre en ligeras pérdidas durante los primeros meses de 2016, mientras que el de MDP comienza su pérdida a mediados de 2015.

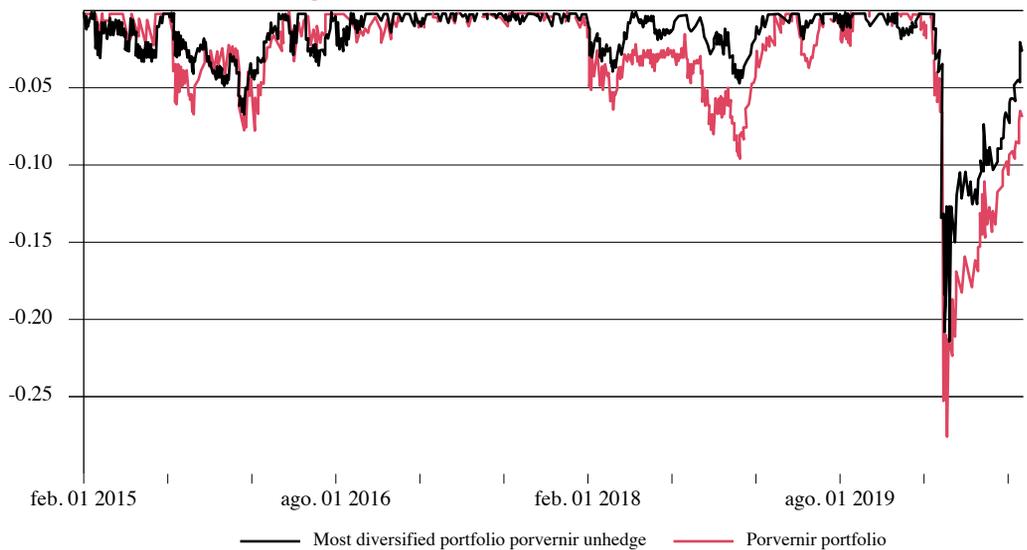
En marzo de 2020 se observa cómo la caída del portafolio de Porvenir es tan fuerte que incluso llega a niveles más bajos que la caída del MDP. Posterior a la recuperación de corto plazo, el comportamiento del portafolio MDP es superior al de Porvenir; por lo tanto, el portafolio teórico casi alcanza los niveles precaída, mientras que el de Porvenir se encuentra lejos de cumplir ese nivel. Cabe resaltar que, a diferencia del portafolio de Porvenir, el MDP, al realizarse con índices, no posee la causación de los fines de semana de los activos de renta fija (figura 11).

Figura 10: *Performance* portafolio de mayor riesgo. Mayor Riesgo Porvenir vs. Most Diversified Portfolio



Fuente: elaboración propia.

Figura 11: *Drawdowns* portafolio de mayor riesgo. Mayor Riesgo Porvenir vs. Most Diversified Portfolio



Fuente: elaboración propia.

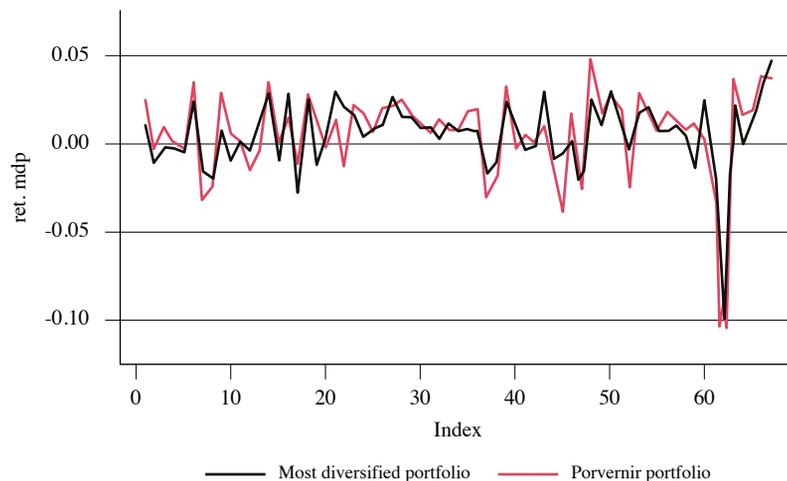
En la figura 12 se puede observar la representación superpuesta de los resultados de retorno, volatilidad, ratio de Sharpe y máximo *drawdown* para los portafolios de MDP y de Porvenir del perfil mayor riesgo en los diferentes periodos analizados.

En el Panel A se puede distinguir cómo las rentabilidades mensuales de los portafolios tienen un comportamiento similar, lo que permite que la diferencia entre sus medias sea inferior, +0,59% para el portafolio de Porvenir en contraste con +0,52% de MDP. Así mismo, la volatilidad del portafolio de Porvenir presenta picos durante algunos periodos de estudio donde supera los niveles de 0,5%, mientras que el portafolio de MDP no alcanza a llegar a estos niveles, con excepción de marzo de 2020 donde la volatilidad supera el 2,5% (Porvenir) y el 2% (MDP).

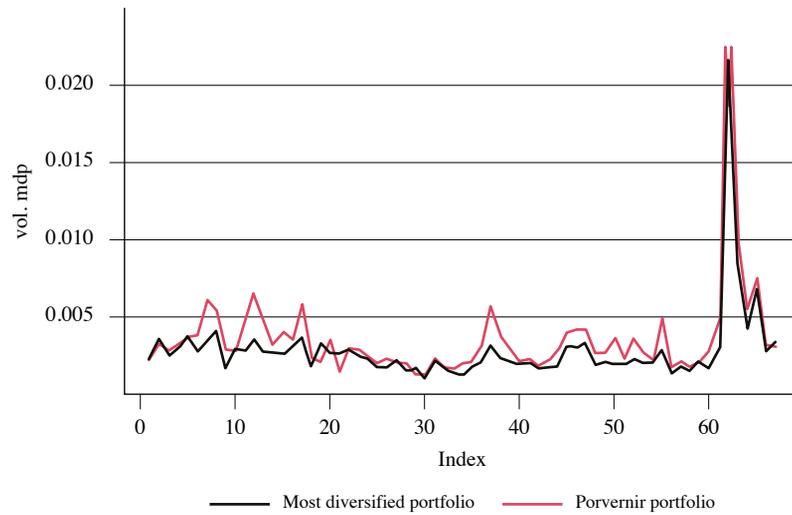
En el Panel C se puede observar cómo la ratio de Sharpe para ambos portafolios oscila entre -5 y 15 y, en contraste con los perfiles conservador y moderado, existe una mayor convergencia entre los resultados de los portafolios por periodo estudiado. No obstante, el portafolio de Porvenir supera al de MDP en más periodos de tiempo, observados especialmente durante los primeros meses.

Finalmente, en el Panel D se observa el máximo *drawdown* de los portafolios y se evidencia cómo en varios periodos el de Porvenir supera al MDP. Adicionalmente, durante la caída de retorno más grande (marzo 2020), el portafolio de Porvenir alcanzó a tener un *dawdown* superior al teórico.

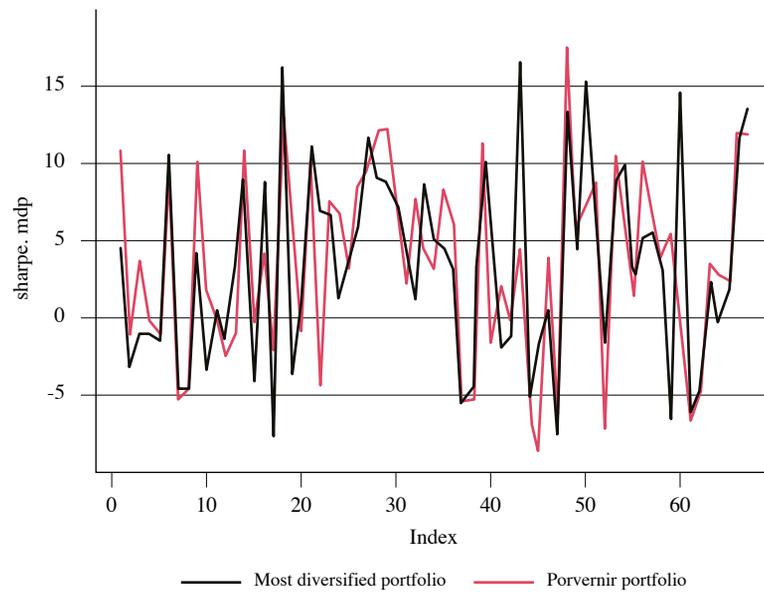
Figura 12: Comparación gráfica de indicadores de desempeño por periodo



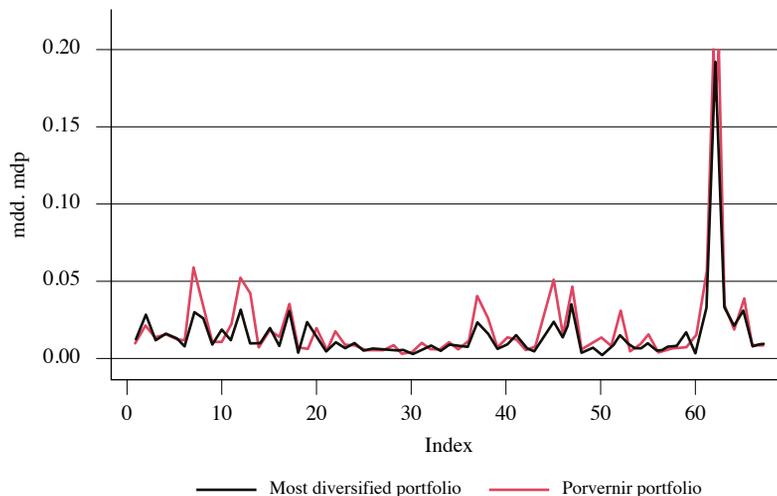
Panel A. Retorno



Panel B. Volatilidad



Panel C. Sharpe ratio

Panel D. Máximo *drawdown*

Fuente: elaboración propia.

La evaluación de desempeño acumulado de los portafolios con base en otros indicadores nos muestra que el de Porvenir en el perfil de mayor riesgo tiene una capacidad más baja de recuperación en comparación con el portafolio MDP. Adicionalmente, se evidencia que el máximo *drawdown* del MDP es inferior que el de Porvenir.

A pesar de tener una rentabilidad acumulada más baja, el portafolio MDP presenta un mejor Sharpe Ratio y Alpha de Jensen, en gran parte debido a que es un portafolio de menor volatilidad. Por otro lado, al comparar otras medidas de desempeño del retorno sobre medidas de riesgo diferentes a la desviación estándar, como el Calmar Ratio y Martin Ratio, se observa cómo los resultados también favorecen al portafolio MDP (tabla 5).

Tabla 5: Otros indicadores de desempeño en los portafolios de mayor riesgo

Portafolio	Renta- bilidad acumulada	Shar- pe Ratio	Calmar Ratio	Martin Ratio	Máximo <i>draw- down</i>	<i>Draw- down</i> promedio	Reco- very pro- medio	Trac- king Error	Infor- mation Ratio	Alpha de Jensen
MDP	39,57%	0,68	0,20	1,18	21,38%	21,92	11,58	4,29%	-0,10	1,22%
Porvenir	44,13%	0,56	0,17	0,88	27,73%	20,08	9,02			

Fuente: elaboración propia.

5. Conclusiones

La metodología Most Diversified Portfolio (MDP) es aceptable para determinar la Asignación Estratégica de Activos (AEA) de los Administradores de Fondos Pensionales Privados (AFP), en especial para el perfil de mayor riesgo, determinado en el Decreto 2555 de 2010. La capacidad de una inversión segura y eficiente permite que el sistema de pensiones colombiano garantice a los cotizantes una mejor inversión de los recursos, convirtiéndolo en un mecanismo confiable ante los movimientos del mercado.

Es evidente que las AFP son de gran importancia dentro de la sociedad puesto que son aquellas a las que se les deposita la confianza de inversión sobre los recursos que están dispuestos para garantizar el bienestar durante la vejez de los ciudadanos. Por lo tanto, es fundamental que estas tengan los mejores mecanismos de inversión para responder por sus obligaciones. La normatividad establece límites mínimo y máximo en la política de inversión para cada uno de los perfiles de portafolios administrados, por lo que la estrategia dependerá directamente de la metodología que utilicen para optimizar las carteras con base en los activos admisibles.

El desempeño de la metodología MDP se comparó con las carteras del Fondo de Pensiones Porvenir, el cual tiene una participación importante dentro del mercado colombiano, siendo el administrador con mayores activos bajo administración (AUM) en los perfiles conservador, moderado y mayor riesgo. Es preciso mencionar que, al contemplar estos portafolios como *benchmark* en el estudio, existe una desviación durante los días no bursátiles puesto que los portafolios reales son acumulativos y la causación de los títulos de renta fija aporta al aumento del valor de unidad de la cartera.

Teniendo en cuenta lo anterior, el Most Diversified Portfolio no presenta mejor comportamiento en términos de rentabilidad acumulada en los diferentes perfiles de riesgo; no obstante, considerando otros indicadores de desempeño, el portafolio de mayor riesgo MDP presenta mayor eficiencia. Los indicadores ajustados al riesgo, como el Sharpe Ratio y el Alpha de Jensen, muestran un mejor desempeño con respecto al portafolio de Porvenir. Lo anterior es de suma importancia para tener en cuenta puesto que la etapa de acumulación de capital es la que respalda el monto con el cual el cotizante puede pensionarse.

Actualmente, uno de los principales problemas en torno al sistema de pensiones es la inversión de la pirámide poblacional. La oportunidad que se tiene

al mejorar los rendimientos de los más jóvenes, quienes a partir del 5 marzo de 2019, con la entrada en vigor del Decreto 959 de 2018, están obligados a tener un porcentaje de sus recursos en el portafolio de mayor riesgo, permitiría mitigar ligeramente este riesgo latente. El estudio realizado demuestra que el retorno acumulado ajustado al riesgo de los portafolios de perfil de mayor riesgo es superior al de los otros perfiles, a pesar de tener caídas más pronunciadas en periodos de estrés.

La selección de los activos a través de la metodología MDP no considera el sesgo *home bias* y pondera en mayor magnitud activos internacionales en contraste con la metodología clásica. Lo anterior se relaciona con el mejor comportamiento de aquellos portafolios de mayor riesgo, puesto que para la normatividad colombiana la mayor volatilidad se encuentra en los mercados internacionales. En términos de diversificación, la exposición a estos activos es de gran importancia puesto que se consideran mercados cuyos movimientos no se definen con respecto al riesgo idiosincrático de Colombia. Cabe resaltar que, en consideración de las necesidades de liquidez de cada uno de los portafolios, se estableció un límite inferior del 1,5% para esta clase de activo. A pesar de que la norma no señala este nivel, las AFP deben cumplir con unos niveles mínimos de liquidez y, así mismo, con el indicador IRL de acuerdo con Basilea III.

De la misma manera, la exposición a moneda extranjera (dólar) en los activos internacionales debe despertar un gran interés por parte de las AFP, teniendo en cuenta que la rentabilidad de la moneda representa un aporte importante a la rentabilidad total del portafolio, más aún en los perfiles que exigen un mínimo de participación en los *asset class* internacionales. A pesar de que el presente estudio se concentró entre el periodo de enero de 2015 y agosto de 2020, tiempo en el cual el peso colombiano presentó una devaluación de más del 8%, los resultados que se utilizaron para la comparación tuvieron en cuenta el nivel de descubertura del portafolio de Porvenir.

La AEA de las AFP está actualmente orientada a la normatividad colombiana; sin embargo, con el fin de generar discusión en torno a la misión del mercado de capitales, se sugiere dar un alcance a la tesis en ausencia de límites normativos.

Por último, el estudio cumple con el objetivo de aportar a la industria colombiana una nueva metodología de optimización de portafolio para los fondos de pensiones y los diferentes perfiles de riesgo. Igualmente, el alcance del estudio parte del acceso a la información que se tuvo durante el desarrollo de este.

Referencias

- Arnott, R., Hsu, J. y Moore, P. (2005). Fundamental indexation. *Financial Analysts Journal*, 61(2), 18.
- Choueifaty, Y. (2011). Estados Unidos Patente n° 7958038.
- Choueifaty, Y. y Coignard, Y. (2008). Toward maximum diversification. *The Journal of Portfolio Management*, 40-51.
- Choueifaty, Y., Froidure, T. y Reynier, J. (2013). Properties of the most diversified portfolio. *Journal of Investment Strategies*, 2(2), 1-22.
- Chow, T.-m., Hsu, J., Kalesnik, V. y Little, B. (2011). A survey of alternative equity index strategies. *Financial Analysts Journal*, 67(5), 21.
- Disatnik, D. y Benninga, S. (2007). Shrinking the covariance matrix—Simpler is better. *Journal of Portfolio Management*, 33(4), 56-63.
- Fama, E. y French, K. (1992). Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics*, (33), 3-56.
- Fama, E. y French, K. (1996). Multifactor explanations of asset pricing anomalies. *Journal of Finance*, 51, 55-84.
- Goldfarb, D. y Idnani, A. (1981). Dual and primal-dual methods for solving strictly convex quadratic programs. En J. Hennart, *Numerical Analysis* (pp. 226-239). Springer.
- Goldfarb, D. y Idnani, A. (1983). A numerically stable dual method for solving strictly convex quadratic programs. *Mathematical Programming*, 27, 1-33.
- Gómez Restrepo, C., Jara Pinzón, D. y Murcia Pabón, A. (2006). Impacto de las operaciones de los Fondos de Pensiones Obligatorias en los Mercados Financieros Colombianos. *Borradores de Economía*. Banco de la República.
- Hayashi, T. y Yoshida, N. (2005). On covariance estimation of non-synchronously observed diffusion processes. *Bernoulli*, 11(2), 359-379.

- Holst, T. (2013). Maximizing the Diversification Ratio in the Norwegian stock market. Master's thesis, University of Adger, Department of Economics and Business Administration.
- Jara, D., Gómez, C. y Pardo, A. (2005). Análisis de eficiencia de los portafolios pensionales obligatorios en Colombia. *Revista ESPE*, (49), 192-239.
- Laserna Jaramillo, J. (2007). *Una propuesta para mejorar el manejo de riesgo, la diversificación y la eficiencia de los portafolios de los fondos de pensiones obligatorias*. Banco de la República.
- Ledoit, O., & Wolf, M. (2004a). Honey, I shrunk the sample covariance matrix. *The Journal of Portfolio Management*, 30(4), 110-119.
- Ledoit, O., & Wolf, M. (2004b). A well-conditioned estimator for large-dimensional covariance matrices. *Journal of multivariate analysis*, 88(2), 365-411.
- Lee, W. (2011). Risk-based asset allocation: A new answer to an old question? *The Journal of Portfolio Management*, 11-28.
- León, C. y Laserna, J. M. (2008). Asignación estratégica de activos para fondos de pensiones obligatorias en Colombia: un enfoque alternativo. *Borradores de Economía*. Banco de la República.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77-91.
- Merton, R. C. (1973). An intertemporal capital asset pricing model. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 867-887.
- Meucci, A. (2010). Managing Diversification.
- Muñoz Carvajal, J. (2017). Portafolio de máxima diversificación para un mandato de renta fija [Tesis maestría]. Universidad del Rosario, Facultad de Economía, Bogotá.
- OECD (2006). *OECD Guidelines on Pension Fund Asset Management. Recommendation of the Council*. OECD, Directorate for Financial and Enterprise Affairs.
- Opgen-Rhein, R. y Strimmer, K. (2007). *Accurate Ranking of Differentially Expressed Genes by a Distribution-Free Shrinkage Approach*. Universidad de Múnich, Departamento de Estadísticas.

- Pola, G. (2014). Is your portfolio effectively diversified? Various perspectives on portfolio diversification. *Amundi Working Paper*.
- Portafolio (20 de mayo de 2020). ¿Qué son los ETF? *Portafolio*.
- República de Colombia (2010). Decreto 2555 de 2010.
- República de Colombia (2011). Decreto 857 de 2011.
- República de Colombia (2018). Decreto 1913 de 2018.
- Sharpe, W. (1964). Capital asset prices: A Theory of market equilibrium under conditions of risk. *The Journal of Finance*, 19(3), 425-442.
- Superintendencia Financiera de Colombia (2018). Circular Externa 004 de 2018.
- Theron, L., & Van Vuuren, G. (2018). The maximum diversification investment strategy: A portfolio performance comparison. *Cogent Economics & Finance*, 6(1).
- Tobin, J. (1958). Estimation of relationships for limited dependent variables. *Econometrica: journal of the Econometric Society*, 24-36.

Anexo 1. Portafolio de Inversión Porvenir por Perfil de Riesgo

De acuerdo a las cifras reportadas sobre los Portafolios de Inversión de los Fondos de Pensiones Obligatorias a la Superintendencia Financiera de Colombia. A continuación, se detalla el Portafolio del Perfil Conservador, Moderado y Mayor Riesgo de la Administradora de Pensiones Porvenir.

Tabla. Composición portafolio de inversión Porvenir por tipo de riesgo

Tipo de Título	C (%)	M (%)	MR (%)
Total Deuda interna y externa, emitidos o garantizados por la Nación	63,4	33,2	24,5
Total Títulos de deuda cuyo emisor, garante o aceptante sea una entidad vigilada por la Superintendencia Financiera de Colombia, incluidos FOGAFIN y FOGACOOOP	10,4	1,2	3,0
Total Bonos y títulos hipotecarios, Ley 546 de 1999, y otros títulos de contenido crediticio derivados de procesos de titularización de cartera hipotecaria	0,7	0,2	0,2
Total Títulos de contenido crediticio derivados de procesos de titularización cuyos activos subyacentes sean distintos a cartera hipotecaria	0,0	0,0	0,2
Total Títulos de deuda cuyo emisor o garante sea una entidad no vigilada por la Superintendencia Financiera de Colombia	2,5	0,7	0,9
Total Participaciones en carteras colectivas	0,0	0,3	2,2
Total Acciones de alta y media bursatilidad, certificados de depósitos negociables representativos de dichas acciones (ADR y GDR) y acciones provenientes de procesos de privatización o con ocasión de la capitalización de entidades donde el Estado tenga participación	4,0	11,1	16,0
Total Acciones de baja y mínima bursatilidad, ADR y GDR	0,0	0,0	0,0
Total Participaciones en carteras colectivas	2,3	1,8	2,4
Total Títulos participativos o mixtos derivados de procesos de titularización cuyos activos subyacentes sean distintos a cartera hipotecaria	0,0	0,6	0,2
Participaciones en fondos de capital privado	0,0	0,6	0,0
Participaciones en fondos de capital privado de que trata la Ley 1508 de 2012	0,0	0,4	0,0
Fondos de capital privado inmobiliarios–nacionales	0,0	0,1	0,0
Total Títulos de deuda emitidos o garantizados por gobiernos extranjeros o bancos centrales extranjeros	0,2	0,2	0,0

Tipo de Título	C (%)	M (%)	MR (%)
Total Títulos de deuda cuyo emisor, garante, aceptante u originador de una titularización sean bancos del exterior, comerciales o de inversión	0,1	3,9	0,6
Total Títulos de deuda emitidos o garantizados por organismos multilaterales de crédito	0,0	0,1	0,0
Total Participaciones en fondos representativos de índices de renta fija, incluidos los ETF y participaciones en fondos mutuos o de inversión internacionales (<i>mutual funds</i>) o esquemas de inversión colectiva que tengan estándares de regulación y supervisión equivalentes a los de estos, que tengan por objetivo principal invertir en títulos de deuda	1,6	1,8	2,5
Total Participaciones en fondos representativos de índices de <i>commodities</i> , de acciones, incluidos los ETF, participaciones en fondos representativos de precios de <i>commodities</i> y fondos mutuos o de inversión internacionales (<i>mutual funds</i>) o esquemas de inversión colectiva que tengan estándares de regulación y supervisión equivalentes a los de estos, que tengan por objetivo principal invertir en acciones o sean balanceados, entendiéndose por estos últimos aquellos que no tengan como objetivo principal invertir en acciones o en títulos de deuda	12,9	28,1	39,1
Total Activos alternativos de acuerdo con el Decreto 765 de 2016	0,0	0,1	0,1
Total Acciones emitidas por entidades del exterior o certificados de depósitos negociables representativos de dichas acciones (ADR y GDR)	0,0	0,1	0,0
Participaciones en fondos de capital privado constituidos en el exterior	0,0	10,7	4,6
Fondos de capital privado inmobiliarios—constituidos en el exterior	0,0	2,7	0,2
Total Depósitos a la vista	2,3	2,9	2,8
Total Instrumentos financieros derivados	-0,4	-0,6	0,4
Porcentaje del fondo sin cobertura	14,2	30,9	291

Fuente: elaboración propia a partir de datos de la Superintendencia Financiera de Colombia.