

# Modelo Media-Varianza y criterios ASG: de Markowitz al portafolio socialmente responsable

**Mean-Variance Model and ESG criteria: From  
Markowitz to the socially responsible portfolio**

Carlos Andrés Zapata Q.\*

---

\* Magíster en Finanzas y Ph.D. (c) en Ciencias Económicas. Docente-Investigador, Observatorio de Economía y Operaciones Numéricas (ODEON), Universidad Externado de Colombia, Bogotá (Colombia). [carlosa.zapata@uexternado.edu.co], [ORCID ID: 0000-0003-3337-0182].  
Artículo recibido: 15 de febrero de 2022  
Aceptado: 3 de junio de 2022

Para citar este artículo:

Zapata Quimbayo, C. A. (2022). Modelo Media-Varianza y criterios ASG: de Markowitz al portafolio socialmente responsable. *Odeon*, 21, 55-79.  
DOI: <https://doi.org/10.18601/17941113.n21.04>.

## Resumen

En este trabajo se presenta un enfoque de selección de portafolios óptimos socialmente responsables, a través de la incorporación de los criterios ASG –ambiente (A), social (S) y de buen gobierno (G)– al modelo media-varianza (MV) de Markowitz. Para ello, se revisan algunas formulaciones del problema de optimización MV, así como su ajuste, para incorporar estos indicadores en la construcción y optimización del portafolio. Este nuevo enfoque, conocido como modelo MV-ASG, permite la construcción de un conjunto completo de portafolios óptimos factibles a partir de las tres relaciones: retorno, riesgo e indicador ASG, que dan como resultado una superficie eficiente (SE) en un plano tridimensional. Los resultados muestran que la consecución de un indicador ASG cada vez mayor, no solo reduce el desempeño del portafolio respecto al portafolio MV, sino que disminuye su capacidad de diversificación del riesgo. Sin embargo, se resalta el hecho de que la incorporación de los criterios ASG les permite a los inversionistas incorporar sus preferencias para minimizar el impacto social y ambiental de sus inversiones, ya que el portafolio óptimo MV-ASG genera mejores indicadores que cualquier portafolio que persiga solo la relación óptima retorno-riesgo, además de superar el desempeño del *benchmark*.

**Palabras clave:** portafolio óptimo; criterios ASG; inversión socialmente responsable.

**Clasificación JEL:** C61, G11, G18.

## Abstract

This paper presents an approach for socially responsible investment portfolio selection through the incorporation of ESG criteria: environment (A), social (S) and of good governance (G); to the Markowitz's mean-variance (MV) model. For that, different formulations of the MV optimization problem are revised, as well as its adjustment to incorporate these indicators in the construction and optimization of the portfolio. This new approach, known as the MV-ESG model, allows the construction of a complete set of feasible optimal portfolios based on the three relationships: return, risk and the ESG score; resulting in an efficient surface (ES) on a three-dimensional space. Results show that the achievement of an increasingly higher ESG indicator not only reduces the performance of the portfolio with respect to the MV portfolio, but also reduces its risk diversification capacity. However, the fact that the incorporation of ESG criteria allows investors to incorporate their preferences to minimize the social and environmental impact of their investments is highlighted, since the optimal ESG portfolio generates

better indicators than any portfolio that pursue only the optimal risk-return ratio, in addition to outperforming the benchmark.

**Keywords:** optimal portfolio; ESG criteria; socially responsible investment.

**JEL classification:** C61, G11, G18.

## Introducción

La inversión socialmente responsable (SRI, por sus siglas en inglés) ha recibido mayor atención en las últimas dos décadas. Desde el establecimiento de los “Principios de Inversión Responsable (PIR)” de las Naciones Unidas en 2006, se incorporaron nuevos criterios en la gestión de inversiones que no solo tienen en cuenta los aspectos puramente financieros (riesgo o retorno esperado), sino también criterios ambientales (A), sociales (S) y de buen gobierno (G), o criterios ASG<sup>1</sup>, de modo que los inversionistas puedan alcanzar objetivos de inversión que promuevan la sostenibilidad y la igualdad social<sup>2</sup> (Henriksson *et al.*, 2019; Chen *et al.*, 2021; Coqueret, 2022). Estos criterios se han consolidado aún más con el establecimiento de los acuerdos de París de 2015 y el Pacto Verde Europeo de 2019. Además, con la adopción del nuevo marco para facilitar las inversiones sostenibles, por parte del Parlamento Europeo en junio de 2020, está claro que ningún inversionista o fondo de inversiones puede seguir ignorando la tendencia.

Además, estos principios, como afirman Hartzmark y Sussman (2019) y Lagerkvist *et al.* (2020), han cambiado la forma en que los inversionistas y gestores de fondos de inversión construyen sus estrategias, ya que incorporan nuevas preferencias que están impulsadas por los criterios de sostenibilidad y las preocupaciones por el cambio climático y, por tanto, agregan un nuevo tipo

---

1 Estos criterios se encuentran definidos en el principio 1 de los “Principios de Inversión Responsable” de las Naciones Unidas.

2 Por ejemplo, Coqueret (2022) muestra que los inversionistas, así como los accionistas de las compañías, están cada vez más preocupados por el impacto del cambio climático y, por tanto, están dispuestos a adoptar medidas para ayudar a combatirlo. Asimismo, en su afán de atraer capital para sus procesos productivos o porque son conscientes de la necesidad de emplear prácticas sostenibles, las empresas han empezado orientar sus políticas corporativas hacia objetivos sociales y del medio ambiente.

de “deber fiduciario” con la sociedad y el medio ambiente<sup>3,4</sup>. Por ello, surge la necesidad de encontrar un enfoque adecuado para la gestión de inversiones que, aparte de alcanzar una relación riesgo-retorno óptima, incorpore estas nuevas preferencias. Sin embargo, la teoría moderna de portafolio (TMP), que había representado el desarrollo principal de la ciencia financiera para la selección de un portafolio de inversión óptimo, solo contempla la relación riesgo-retorno. Este desarrollo teórico, introducido por Markowitz (1952, 1959) y conocido como el enfoque media-varianza (MV), formula una solución de equilibrio teniendo en cuenta el retorno esperado de los activos y su medida de riesgo. Sin embargo, la incorporación de cualquier elemento adicional no hace parte del modelo MV.

Ahora bien, lo anterior no es motivo de preocupación, la misma teoría financiera ha dado una respuesta de forma rápida y consistente, cuya solución parte de la misma construcción del enfoque MV de Markowitz e incorpora los criterios ASG para la selección de un portafolio de inversión. En este contexto, los trabajos de Hirschberger *et al.* (2013) y Utz *et al.* (2014) ampliaron el modelo MV de Markowitz a un modelo que ahora incorpora tres elementos: retorno, riesgo y el indicador ASG; y que da como resultado una superficie eficiente (SE) en un plano tridimensional, que sería análoga a la frontera eficiente (FE). Este nuevo enfoque, denominado modelo MV-ASG, como afirman Cesarone *et al.* (2022), permite la construcción de un conjunto completo de portafolios óptimos para cada indicador objetivo que persiga el inversionista, dadas sus preferencias ASG.

En este trabajo se presenta a nivel teórico y práctico el modelo MV-ASG para la gestión de inversiones, tanto en el ejercicio de construcción del portafolio como en su evaluación de desempeño. Para ello, se presentan los ajustes para la formulación del problema de optimización del modelo MV, hasta llegar a este nuevo desarrollo, de tal forma que se puedan representar mejor estas nuevas

---

3 El deber fiduciario de la gestión de activos (a nombre de los beneficiarios) no solo representa el deber de proteger de forma prudente sus recursos, teniendo en cuenta la relación entre los objetivos de los beneficiarios y del fondo. En el marco de esta relación principal-agente, no hay razón por la que las estrategias de inversión no puedan incluir objetivos que persigan criterios ASG. Por otra parte, la destrucción de los recursos naturales, junto con el creciente riesgo de cambio climático, se perciben cada vez más como una amenaza imparable para la vida del planeta y representan costos enormes para las generaciones futuras.

4 En este ámbito se encuentran, por ejemplo, los fondos SRI que diseñan estrategias de inversión que combinan una relación riesgo-retorno adecuada con criterios ASG. Para más detalles ver [www.eiris.org](http://www.eiris.org).

preferencias subjetivas para minimizar el impacto social y ambiental de las inversiones. Aquí también se introducen los indicadores (o puntuaciones) ASG suministrados por proveedores de información del mercado financiero como Thomson Reuters (Refinitiv). Además, se orienta al lector sobre la incorporación de los criterios ASG para la construcción de un portafolio óptimo de inversión (portafolio MV-ASG o portafolio ASG), así como las implicaciones en términos de retorno esperado o desempeño. De esta forma, se presenta un marco de aplicación flexible, que incluso puede adaptarse a puntuaciones o calificaciones de otros proveedores de información.

Los resultados obtenidos no solo confirman una relación positiva entre el indicador ASG y el riesgo del portafolio, sino que permiten identificar el impacto de perseguir un indicador ASG muy alto. En este caso, no solo se reduce el retorno del portafolio respecto a un portafolio MV tradicional, sino que se disminuye su capacidad de diversificación del riesgo. Estos resultados son similares a los obtenidos por Utz *et al.* (2014), De Spiegeleer *et al.* (2021) y Cesarone *et al.* (2022), entre otros. A pesar de este sacrificio en términos de retorno y riesgo, se resalta el hecho de que el portafolio ASG supera el desempeño del índice de referencia (o *benchmark*). Lo anterior permite responder al interrogante: ¿qué impacto genera la incorporación de criterios ASG en el desempeño de un portafolio de inversión? Además, el trabajo contribuye a la literatura internacional sobre la relación de estas nuevas preferencias y el desempeño de las estrategias de inversión.

Este trabajo está organizado en cuatro secciones. En la primera se presenta una revisión de la literatura relacionada con las estrategias SRI y los criterios ASG. En la segunda se presentan las formulaciones teóricas para la construcción de un portafolio ASG óptimo, siguiendo los desarrollos del modelo MV. La tercera sección presenta la implementación de la metodología propuesta e incorpora tanto el ejercicio de optimización del portafolio como la evaluación de desempeño, junto con algunas comparaciones. Finalmente, se presentan las conclusiones del trabajo.

## 1. Revisión de la literatura

La literatura financiera sobre las estrategias SRI y basadas en los criterios ASG, es amplia a nivel teórico y aplicado, pero no hay consenso respecto a las ventajas, en términos de retorno o desempeño, sobre las inversiones tradicionales construidas a partir del enfoque MV o sus extensiones. Un primer grupo de

trabajos sostiene que no existe una diferencia significativa en el desempeño de los portafolios ASG. Por ejemplo, Utz *et al.* (2014), De Spiegeleer *et al.* (2021) y Naffa y Fain (2022) encuentran que los portafolios ASG no presentan una diferencia significativa de retorno respecto a sus contrapartes tradicionales MV, aunque sí pueden superar a cualquier *benchmark*. Por lo tanto, los inversionistas no deben esperar obtener retornos excepcionales en sus portafolios conformados por empresas con indicadores ASG altos o bajos.

En un segundo grupo se encuentran los trabajos de Henke (2016) y Henriksson *et al.* (2019), quienes sostienen que los portafolios ASG pueden superar a los portafolios tradicionales. Henriksson *et al.* (2019) encontraron que la integración de criterios ASG en los portafolios, aunque incorporan restricciones adicionales, permiten disfrutar de beneficios no monetarios asociados con las mejores prácticas ASG, así como menores riesgos, lo que lleva a retornos (ajustados por riesgo) superiores a largo plazo. De igual forma, Henke (2016) encuentra que la exclusión de compañías con actividades de responsabilidad social corporativa deficientes permite mitigar riesgos que se traducen en un retorno superior a largo plazo.

Finalmente, en el tercer grupo están aquellos trabajos que encuentran un retorno o desempeño inferior en los portafolios ASG como Gil-Bazo *et al.* (2010), Ortas *et al.* (2014), Calvo *et al.* (2015), Gasser *et al.* (2017) y Cesarone *et al.* (2022), entre otros. En esta línea, Ortas *et al.* (2014), Calvo *et al.* (2015) y Gasser *et al.* (2017) encontraron que las estrategias de inversión convencionales presentan un mejor desempeño, principalmente, porque los portafolios ASG son subconjuntos del portafolio del mercado, lo cual reduce el conjunto de oportunidades de inversión y, por tanto, presentan una menor capacidad de diversificación. Esto conduce a una reducción significativa de la relación riesgo-retorno. Además, Calvo *et al.* (2015) encontraron que el número inversionistas interesados en inversiones responsables y de impacto ha aumentado de forma considerable en los últimos años. Sin embargo, los autores señalan que estos mismos inversionistas deben estar dispuestos a asumir un costo financiero a cambio de incrementar la responsabilidad social de sus portafolios. Este costo financiero es el sacrificio de obtener un menor retorno esperado.

Gil-Bazo *et al.* (2010) también mostraron que estas inversiones presentan peores resultados que sus homólogos convencionales, aunque normalmente superan a los *benchmarks*. Finalmente, Cesarone *et al.* (2022) también encontraron evidencia de un menor desempeño en los portafolios sostenibles para el mercado en los últimos años, especialmente en el mercado europeo. Sin embargo, los

autores encuentran que desde el establecimiento del Protocolo de Kioto y de la firma del Acuerdo de París, ha aumentado el impacto de los criterios ASG en la rentabilidad de los portafolios.

Por otra parte, Nofsinger y Varma (2014) encontraron que, aunque los fondos SRI superan a los fondos convencionales durante los periodos de crisis, esta reducción del riesgo a la baja se produce a costa de un retorno inferior durante los periodos de recuperación y crecimiento. Así, cualquier inversionista que busque protegerse de las pérdidas potenciales apreciaría esta asimetría en la distribución de los retornos.

## 2. Selección óptima de portafolio y criterios ASG

### 2.1 Modelo MV

Markowitz (1952, 1959) propuso una solución óptima para la selección de un portafolio de inversión conformado por activos riesgosos, teniendo en cuenta la naturaleza estocástica de los retornos de estos activos. En este sentido, al considerar  $n$  activos riesgosos que representan el conjunto de oportunidades de inversión disponible en el mercado de capitales, y cuyo retorno para el  $i$ -ésimo activo está definido por la variable aleatoria  $R_i$  y retorno esperado (o media) es igual a  $E(R_i) = \mu_i$ , tal que  $\mu \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ ,  $R = (R_1, R_2, \dots, R_n)'$  y  $E(R) = \mu$ . Además, la matriz de covarianzas de  $R$  viene dada por  $\Sigma \in \mathbb{R}^{n \times n}$ .

Bajo la presunción de normalidad en los retornos, el problema formulado por Markowitz contempla a un inversionista averso al riesgo<sup>5</sup> que tiene que escoger un portafolio óptimo de inversión. Si el portafolio de inversión tiene un retorno esperado determinado por  $E(R_p) = \mu_p = w'\mu$  y una varianza igual a  $\sigma_p^2 = w'\Sigma w$ , con  $w \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  que denota el vector de pesos (o participaciones porcentuales) de los activos, tal que  $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)'$  que satisface  $w'1 = 1$ , con  $1 \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  como un vector de unos, entonces, el problema de optimización, al considerar también las restricciones, puede formularse como:

5 Además, Markowitz (1959) asume que este inversionista es un agente racional que solo se preocupa por el retorno esperado del activo y su riesgo, los cuales se asumen conocidos.

$$\min_{\{w\}} \{w' \Sigma w\} \text{ s.a. } w'1 = 1 \text{ y } w' \mu = \mu_0 \quad (1)$$

El problema descrito en la ecuación (1) incorpora dos restricciones de igualdad, donde  $\mu_0$  representa un retorno esperado factible para el portafolio de varianza mínima dado el conjunto de oportunidades de inversión. Esta solución permite obtener toda la frontera eficiente (FE) de Markowitz.

Además, el problema de optimización puede incorporar la restricción en los pesos negativos. Por ejemplo, si las ventas en corto están prohibidas en el mercado, se puede agregar la restricción de que los pesos de los activos deben ser no negativos, es decir,  $w_i \geq 0$ . Con todas estas restricciones, el portafolio MV óptimo se resuelve como un problema determinístico utilizando programación cuadrática (QP, por sus siglas en inglés)<sup>6</sup> (Francis y Kim, 2013).

Ahora, al incorporar el activo libre de riesgo ( $r_f$ ) dentro del análisis, la solución óptima de portafolio permite obtener el portafolio tangente, como fue indicado por Sharpe (1964). En términos generales, el problema de optimización formulado inicialmente por Sharpe puede representarse como:

$$\max_{\{w\}} \left\{ \vartheta : \frac{(\mu - r_f 1)' w}{\sqrt{w' \Sigma w}} \right\} \text{ s.a. } w'1 = 1 \quad (2)$$

Donde: la función objetivo  $\vartheta$  se conoce como el coeficiente (o medida) de Sharpe, cuyo numerador representa el exceso de retorno esperado del portafolio respecto a la tasa  $r_f$ , es decir:  $E(R_p) - r_f = \mu_{T,0} = (\mu - r_f 1)' w$ . Una versión simple del problema descrito en la ecuación (2), por ejemplo, al considerar pesos negativos, puede resolverse de forma analítica (para más detalles ver Francis y Kim, 2013). De igual forma, en la ecuación (2) también se puede agregar la restricción de pesos no negativos, es decir:  $w_i \geq 0$ .

El problema de optimización anterior puede reformularse para representar un problema de minimización de la varianza del portafolio, de forma similar a la ecuación (1). De acuerdo con Fabozzi *et al.* (2007), para hallar el portafolio

---

6 También se pueden incorporar restricciones adicionales que vuelven más complejo el problema formulado. Para resolver este tipo de problemas se requieren aproximaciones algorítmicas más flexibles, que pueden resolverse con métodos numéricos.



tangente se puede encontrar el portafolio de varianza mínima cuyo exceso de retorno, es decir  $\mu_T - r_f$ , alcanza un exceso de retorno objetivo  $\mu_{T,0} = \mu_T - r_f > 0$  con  $\mu_{T,0} = (\mu - r_f 1)'x$ . Por tanto, se tiene:

$$\min_{\{x\}} \{x' \Sigma x\} \text{ s.a. } (\mu - r_f 1)'x = \mu_{T,0} \quad (3)$$

Como el problema (3) no requiere satisfacer  $x'1 = 1$ , entonces el portafolio tangente se obtiene al normalizar el vector  $x$  para que sus elementos sumen uno. Al igual que en los casos anteriores, se puede imponer la restricción de pesos no negativos ( $w_i \geq 0$ ).

Por otra parte, este problema de optimización anterior también puede representarse como un problema de maximización de la relación *trade-off* entre el retorno esperado del portafolio ( $\mu'w$ ) y su varianza ( $w'\Sigma w$ ). De acuerdo con Fabozzi *et al.* (2007) y Francis y Kim (2013), esta versión adopta la forma cuadrática de la función de utilidad, según lo indicado por Markowitz (1959), como muestra la ecuación (4).

$$\max_{\{w\}} \{w'\mu - \lambda w'\Sigma w\} \text{ s.a. } w'1 \quad (4)$$

Donde:  $\lambda$  se define como la medida (o coeficiente) de aversión al riesgo. La solución óptima de este problema es equivalente a la optimización de la medida de Sharpe ( $\vartheta$ ) si se considera un coeficiente de aversión al riesgo determinado por

$$\lambda = \frac{E(R_p) - rf}{\sigma_p^2} \text{ De ahora en adelante nos referiremos a este modelo como MVu.}$$

## 2.2 Criterios ASG y construcción del portafolio óptimo

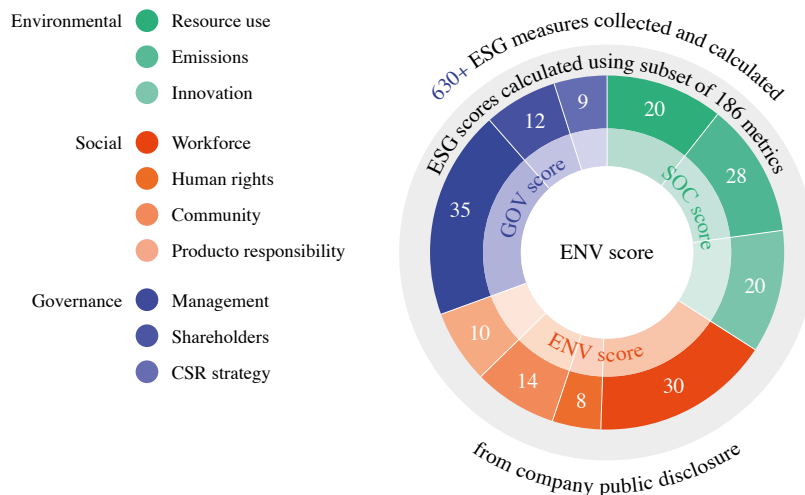
### 2.2.1 Indicadores ASG

De acuerdo con Branch *et al.* (2019), la construcción portafolio óptimo ASG depende de los objetivos que tiene el inversionista, o de sus preferencias, respecto a las preocupaciones por los problemas asociados al riesgo de cambio climático o por aspectos sociales como la huella de carbono que dejan las empresas (o emisiones de CO<sub>2</sub>), o por la incorporación mayoritaria de mujeres en las juntas

directivas, entre otros<sup>7</sup>. A través de indicadores de estas preferencias, como son los indicadores ASG, los inversionistas pueden construir estrategias de inversión que están inclinadas hacia empresas con mejores puntuaciones (o calificaciones) y excluirán a aquellas que no alcancen cierto umbral. Estos indicadores generalmente se adoptan como un factor amplio que captura el desempeño general de los criterios ASG de una empresa.

Para este trabajo se utiliza la base de datos de Refinitiv ASSET4. Esta base de datos divide el indicador ASG en tres categorías principales y 10 temas<sup>8</sup>: uso de recursos, reducción de emisiones, innovación de productos, fuerza de trabajo, derechos humanos, comunidad, responsabilidad de productos, gestión, accionistas y estrategia de responsabilidad social (figura 1).

Figura 1: Categorías del indicador ASG



Fuente: Refinitiv (2022).

7 Por ejemplo, Branch *et al.* (2019) encuentran que los inversionistas que creen que las empresas con mayor representación de mujeres en sus juntas directivas generan un mejor desempeño financiero, es decir, una mayor rentabilidad para los accionistas, inclinarán sus portafolios hacia este tipo de empresas. Por tanto, si los inversionistas tienen definidas estas preferencias, entonces evitarán o excluirán aquellas empresas con bajo cumplimiento de estos indicadores.

8 Los detalles de la metodología de Refinitiv se pueden consultar en la página web: [https://www.refinitiv.com/content/dam/marketing/en\\_us/documents/methodology/refinitiv-esg-scores-methodology.pdf](https://www.refinitiv.com/content/dam/marketing/en_us/documents/methodology/refinitiv-esg-scores-methodology.pdf)

Para la construcción del indicador, Refinitiv captura más de 630 medidas ASG para cada empresa, de las cuales toma un subconjunto de 186 que son las que impulsan el proceso general de evaluación y puntuación individual. Finalmente, estas se agrupan en las 10 categorías que reformulan la puntuación de los tres pilares y, con ello, la puntuación ASG final. Además, los pesos de los pilares están normalizados a porcentajes que oscilan entre 0 y 100. Estos indicadores están disponibles para una muestra de más de 12.000 compañías en todo el mundo, con datos de series temporales disponibles desde 2003.

Esta base de datos se adopta por facilidad de acceso a la información. Sin embargo, cualquier aplicación que se desarrolle dentro de este campo puede incluir las puntuaciones o indicadores suministrados por otros proveedores como MSCI, Bloomberg, MorningStar, S&P Global, entre otros.

### **2.2.2 Optimización del portafolio MV-ASG**

La incorporación de los criterios ASG en el ejercicio de construcción del portafolio puede darse de forma tanto cualitativa como cuantitativa<sup>9</sup>. El enfoque cualitativo representa una aplicación directa el modelo MV desarrollado atrás, aunque requiere de un trabajo previo de identificación de los activos que presenten buenos indicadores. Por otra parte, el enfoque cuantitativo requiere su incorporación al problema de optimización, ya sea dentro de la función objetivo o de las restricciones. Este es el enfoque que se desarrolla en este trabajo.

Ahora bien, al adoptar este enfoque cuantitativo se presenta un desafío importante para construir portafolios óptimos con buenos indicadores ASG: para que una inversión alcance una relación riesgo-retorno óptima, así como un cierto grado de diversificación, la incorporación de los criterios ASG aumentan la complejidad matemática, ya sea por la incorporación de estos criterios dentro de la función objetivo o como una restricción adicional.

En este ámbito, la teoría financiera ha presentado avances importantes al ajustar todos los modelos convencionales de optimización de portafolios, donde el enfoque MV es el que ha recibido mayor atención. Los trabajos de Utz *et al.* (2014), Gasser *et al.* (2017), Caballero *et al.* (2020), De Spiegeleer *et al.* (2021), Pedersen *et al.* (2021) y Cesarone *et al.* (2022), entre otros, se encuentran en este campo. Una ventaja importante de estos desarrollos es que permiten soluciones

---

9 Coqueret (2022) presenta una revisión detallada de ambos enfoques.

analíticas (o de forma cerrada)<sup>10</sup> o que pueden ser implementadas fácilmente con ayuda de los optimizadores<sup>11</sup>.

Siguiendo a Utz *et al.* (2014) y Cesarone *et al.* (2022), en la búsqueda de un portafolio que cumpla con un indicador ASG ( $\epsilon$ ) determinado por  $\epsilon = w'e$ , donde  $e$  es el vector de indicadores ASG de los activos, se encuentran las siguientes tres formulaciones.

$$\min_{\{w\}} \{w' \Sigma w\} \text{ s.a. } w'1 = 1; w'\mu = \mu_0 \quad (5)$$

$$\max_{\{w\}} \frac{(\mu - r_f 1)' w}{\sqrt{w' \Sigma w}} \text{ s.a. } w'1 = 1 \text{ y } w'e = \epsilon_0 \quad (6)$$

$$\max_{\{w\}} \{w'\mu - \lambda w' \Sigma w - \gamma w'e\} \text{ s.a. } w'1 = 1 \quad (7)$$

Las ecuaciones (5) y (6) son equivalentes a los problemas descritos en las ecuaciones (1) y (2) del enfoque MV para los modelos de Markowitz y Sharpe. En ambos casos, se incorpora la restricción para alcanzar un indicador  $\epsilon_0$  que viene determinado por los pesos óptimos de los activos ( $w$ ) que ponderan el vector de indicadores  $e$ .

Por otra parte, en la ecuación (7) se extiende el modelo MVu para incorporar el indicador ponderado ASG dentro de la función objetivo, junto con el parámetro  $\gamma$  que se asocia a las preferencias ASG del inversionista<sup>12</sup>. Al respecto, Gasser *et al.* (2017) y Hartzmark y Sussman (2019) argumentan que los inversionistas valoran la sostenibilidad y obtienen una utilidad diferente de las ganancias financieras, por lo tanto, en lugar de maximizar los retornos esperados ajustados por riesgo, ellos pueden maximizar una combinación entre lo anterior y las puntuaciones

10 Para más detalles ver Pedersen *et al.* (2021).

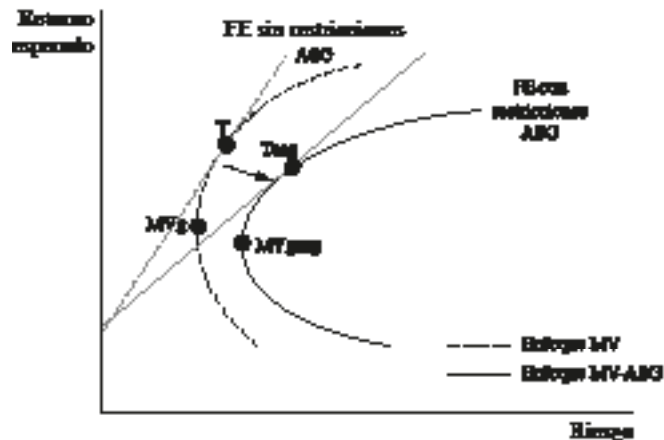
11 Por ejemplo, a partir de la formulación de Cesarone *et al.* (2022) se puede utilizar programación cuadrática convexa con el propósito de minimizar la varianza del portafolio según los niveles de retorno esperado y puntuaciones ASG del portafolio.

12 Un enfoque diferente se encuentra en los trabajos de Ballesteros *et al.* (2012), Bender *et al.* (2020) y Alessandrini y Jondeau (2021).

ASG. Esto implica que la FE es una función del objetivo del indicador ASG, sin embargo, se debe diferenciar la FE con y sin restricciones ASG.

La figura 2 presenta las dos FE (con y sin restricciones ASG), donde se observa que, a medida que el inversionista exige un indicador ASG más alto (FE con restricciones ASG), la FE se aleja de la frontera sin restricciones, y el inversionista debe admitir retornos posiblemente más bajos o un mayor riesgo (o mayor volatilidad)<sup>13</sup>, lo cual reflejaría un menor grado de diversificación. Por tanto, para esta nueva FE, es decir, en la FE con restricciones ASG, los portafolios de varianza mínima global de Markowitz (MVg), ahora denominados como MVg<sub>ASG</sub>, y el portafolio tangente de Shape (T), ahora T<sub>ASG</sub>, cambian de forma sustancial al desplazarse a la parte derecha (y hacia abajo) del plano riesgo-retorno.

Figura 2: FE y portafolio tangente con restricciones ASG



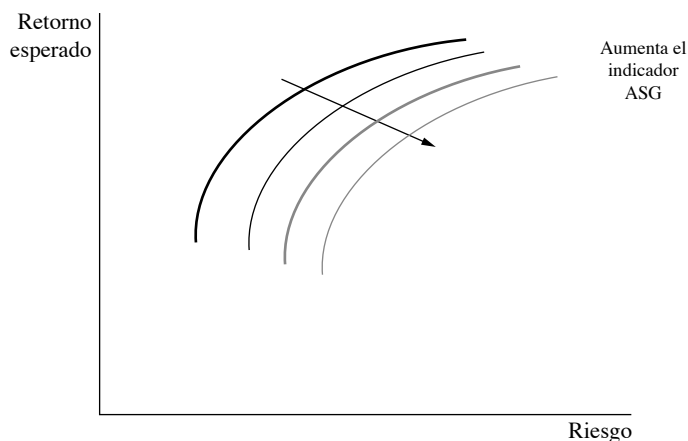
Fuente: adaptado de Cesarone *et al.* (2022).

Según Gasser *et al.* (2017) y Cesarone *et al.* (2022), al exigir una puntuación (o indicador) ASG más alto, se reduce el conjunto de oportunidades de inversión, ya que muchos activos que no alcancen este mínimo quedarán excluidos. Si estos activos presentan una buena relación riesgo-retorno, entonces, el portafolio ASG resultante presentará un menor retorno esperado o un mayor nivel de riesgo. Lo anterior se puede identificar en los puntos MVg<sub>ASG</sub> y T<sub>ASG</sub> de la figura 2.

13 Para más detalles ver Henriksson *et al.* (2019) y De Spiegeleer *et al.* (2021).

Además, en la medida en que el inversionista exija un mayor indicador ASG, la FE se desplazará cada vez más a la derecha. La figura 3 muestra el efecto de exigir mayores indicadores sobre la FE. De esta forma, los portafolios MVgasg y Tasg tendrán un desempeño cada vez más bajo, en comparación con sus homólogos del modelo MV tradicional.

Figura 3: FE con restricciones con diferentes puntuaciones ASG



Fuente: adaptado de Cesarone *et al.* (2022).

### 3. Aplicación y resultados

En esta sección se implementa el modelo MV-ASG para la selección de un portafolio ASG óptimo para el mercado de valores estadounidense. En este ejercicio se lleva a cabo una comparación con los resultados del enfoque tradicional MV, tanto en la optimización del portafolio como en la evaluación de desempeño (dentro y fuera de muestra). A continuación, se presentan los detalles de los datos usados para su implementación y los resultados obtenidos.

#### 3.1 Datos y metodología

El modelo MV-ASG propuesto se implementa para el mercado de valores estadounidense y se toma como índice bursátil de referencia el Dow Jones Industrial Average (DJIA), el cual está conformado por las 30 compañías industriales más importantes y representativas de Estados Unidos. Para estos activos se toma como periodo de análisis dentro de muestra el comprendido entre enero de 2016

hasta diciembre de 2020, y como periodo fuera de muestra<sup>14</sup> desde enero de 2021 a diciembre de 2021. La muestra de datos se construye tomando los precios de cierre ajustados de las acciones y del índice de referencia con periodicidad mensual. Para la construcción del modelo se toma como tasa libre de riesgo la tasa de los T-bills a un año. Para la fecha de corte del periodo dentro de la muestra (Dic-2020), esta tasa se encontraba en 0,1 %. Por tanto, para efectos de simplicidad se asume  $r_f = 0$ , ya que esta tasa no tiene un efecto significativo en la construcción de los portafolios óptimos.

Además, se utilizan los indicadores ASG de la base de datos ASSET4 de Refinitiv, dado que es una de las bases de datos ASG más completas del mercado global. Para evitar problemas de datos faltantes, principalmente, en cuanto a los indicadores ASG se omiten aquellas compañías que no reportan información completa.

Además, de la muestra total de compañías, solo se toman aquellas de mejor desempeño histórico. Para ello, se escogen las acciones que presenten un coeficiente de Sharpe igual o superior a 0,4. De esta forma, se omiten aquellas compañías con retornos negativos o de bajo desempeño en el periodo de estudio dentro de muestra. Al implementar este filtro se obtienen las siguientes 10 compañías (tabla 1).

Tabla 1: Información anualizada para las acciones seleccionadas

	Retorno promedio	Desviación estándar	Coef. de Sharpe	Indicador ASG <sup>a</sup>
AAPL	0,3388	0,2972	1,1403	73
AMGN	0,0976	0,2357	0,4141	75
CRM	0,2086	0,2810	0,7426	65
DIS	0,1219	0,2573	0,4736	69
HD	0,1625	0,2070	0,7851	69
HON	0,1746	0,1990	0,8774	75
MCD	0,1452	0,1699	0,8548	69
MSFT	0,2960	0,1792	1,6514	93

14 Para este periodo se utiliza una muestra de datos que es posterior a los datos utilizados en la optimización.

	Retorno promedio	Desviación estándar	Coef. de Sharpe	Indicador ASG*
NKE	0,1747	0,2216	0,7884	73
UNH	0,2343	0,2017	1,1617	70
DJIA	0,1126	0,1580	0,7130	78**

\* El indicador se aproxima al entero más cercano para evitar decimales y está expresado como porcentaje.

\*\* Corresponde al indicador ASG promedio para las 30 compañías del índice.

Fuente: cálculos propios.

La tabla 1 muestra que las compañías seleccionadas presentan indicadores ASG iguales o superiores a 65, con media de 73,1 y un máximo de 93. Sin embargo, para la fecha de corte el indicador más bajo para todas las compañías que pertenecen al índice es de 65. Por tanto, la muestra seleccionada cubre el intervalo total de indicadores ASG para todas las compañías del índice.

### 3.2 Análisis y comparación de resultados<sup>15</sup>

Los portafolios óptimos MV y MV-ASG se construyen siguiendo las formulaciones indicadas en las ecuaciones (1-7), pero sin incorporar la restricción en los cortos (pesos negativos). Para el enfoque MV se construyen los portafolios MVg de Markowitz y el portafolio tangente de Sharpe (T). Asimismo, se construyen estos dos portafolios para el enfoque MV-ASG, es decir, MVgasg y Tasg.

Para este primer ejercicio comparativo se toma como referencia una FE con restricciones ASG que persigue un indicador de 73,1, el cual corresponde al promedio de los indicadores ASG de los activos. Los resultados de estos portafolios óptimos se presentan en la tabla 2 para los pesos óptimos de los portafolios y en la figura 4 para el plano riesgo-retorno (RR).

Tabla 2: Pesos óptimos de los portafolios MV y MV-ASG

	MV		MV-ASG ( $\epsilon_0 = 73.1$ )	
	MVg	T	MVgasg	Tasg
BCB	-0,0604	0,0254	0,0003	0,219
ECO	0,0741	-0,1965	0,0845	-0,2154

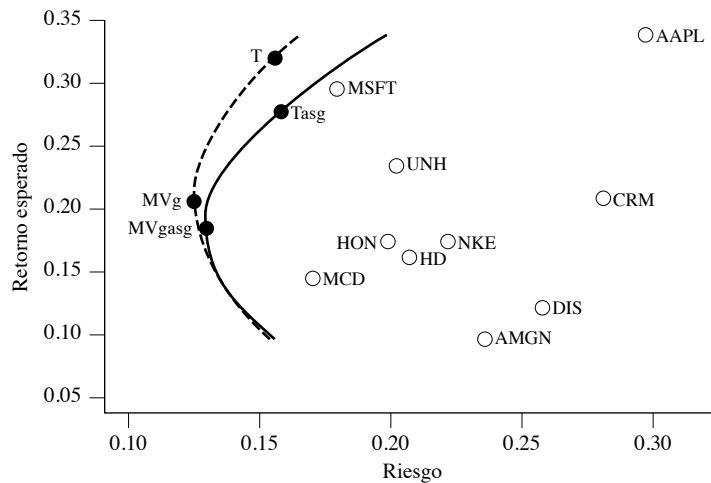
15 El código de R utilizado en esta aplicación se encuentra disponible en <https://github.com/cazapata25/MV-ASG>



	MV		MV-ASG ( $\epsilon_0 = 73.1$ )	
	MVg	T	MVgasg	Tasg
SIS	-0,0676	-0,1664	-0,0097	-0,0148
ARG	-0,0654	-0,227	-0,0387	-0,1783
DVI	-0,0634	-0,066	-0,0192	0,0631
CCB	0,0054	-0,0153	-0,0371	-0,1439
EXI	0,3774	0,1456	0,4508	0,3181
ANC	0,3596	0,802	0,1122	0,1579
ETB	0,2164	0,2605	0,2087	0,2458
ISA	0,2237	0,4377	0,2482	0,5487

Fuente: cálculos propios.

Figura 4: FE con y sin restricciones ASG – Cálculos anualizados



Fuente: elaboración propia.

Los resultados confirman las diferencias significativas para la FE de los enfoques MV y MV-ASG. En primer lugar, la tabla 2 muestra que los pesos óptimos de los activos presentan cambios importantes, principalmente en el portafolio tangente (entre T y Tasg). Por ejemplo, es notable la reducción del peso de la acción ANC de 0,802 a 0,1579, así como el incremento de los pesos de BCB, EXI e ISA.

Por otra parte, en el plano RR se identifica una reducción importante en el retorno esperado de ambos portafolios (MVgasg y Tasg) y un leve aumento del riesgo total, como también se identifica en la tabla 3a para el periodo dentro de muestra. Cabe aclarar que este aumento pequeño de la medida de riesgo se presenta al contemplar pesos negativos<sup>16</sup>. Además, en el cálculo del coeficiente de Sharpe para el periodo dentro de muestra, se identifica también una reducción importante: esta medida cae de 1,65 a 1,44 en el portafolio de mínima varianza y de 2,05 a 1,75 en el portafolio tangente, como muestra la tabla 3a.

Tabla 3: Resultados de los portafolios óptimos

(a) Periodo dentro de muestra

	MVg	T	MVgasg	Tasg
Retorno	0,2068	0,3203	0,1853	0,2779
Riesgo	0,1252	0,1558	0,1291	0,1578
Coef. Sharpe	1,65	2,05	1,44	1,75

(b) Periodo fuera de muestra

	MVg	T	MVgasg	Tasg
Retorno	0,3192	0,5706	0,2831	0,5108
Riesgo	0,1620	0,2563	0,1509	0,2193
Coef. Sharpe	1,97	2,23	1,87	2,34

Fuente: cálculos propios.

Ahora, para el periodo fuera de muestra, los resultados cambian completamente. No solo se presenta un incremento considerable en los retornos esperados y medidas de riesgo de todos los portafolios, sino también en el coeficiente de Sharpe. Por ejemplo, para el portafolio tangente MV este se incrementa de 2,05 a 2,23, y en el portafolio MV-ASG de 1,75 a 2,34, siendo este último el de mayor crecimiento. Además, el portafolio MV-ASG supera el resultado obtenido en el enfoque MV, a pesar de que su retorno sea un poco menor. La figura 5 presenta la dinámica histórica del valor de estos portafolios hipotéticos para los periodos

16 La incorporación de la restricción de los pesos negativos representa un aumento aún mayor en la medida de riesgo.

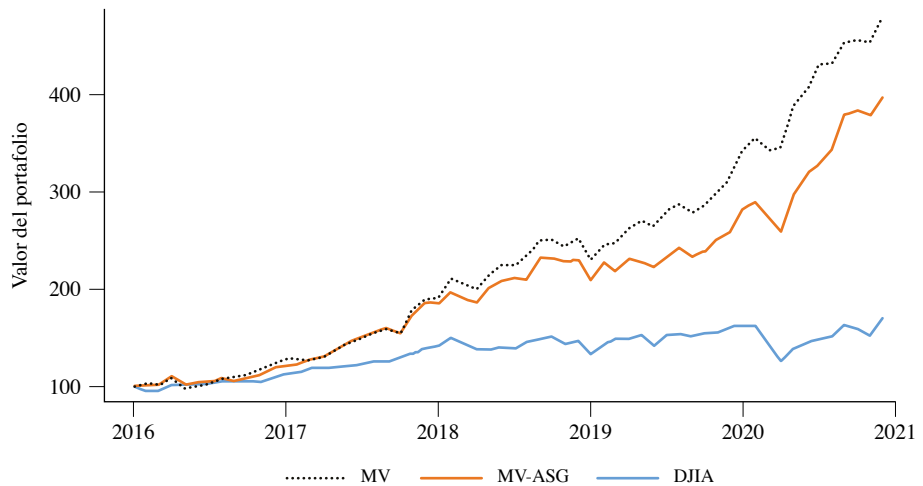
dentro (4a) y fuera de muestra (4b). Así mismo, se observa que ambos portafolios tangentes superan al índice de referencia (DJIA) en ambos periodos.

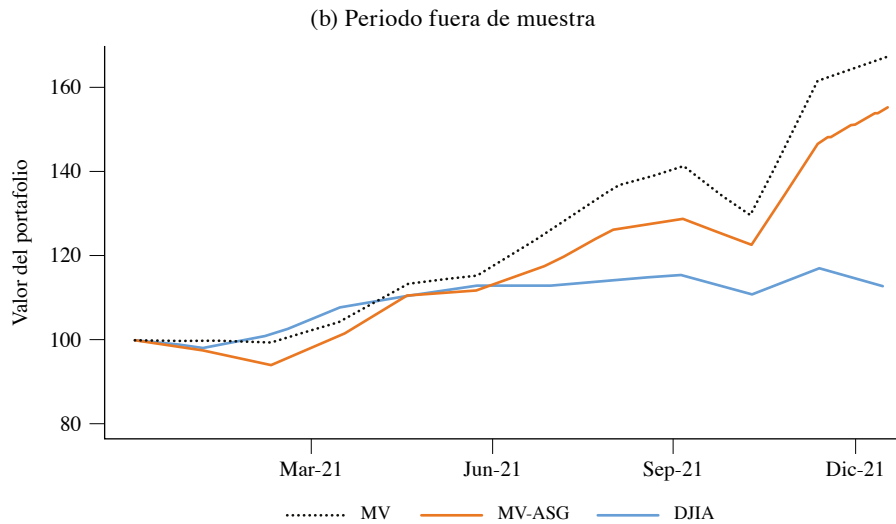
Se debe aclarar que los resultados, aunque muestran un resultado favorable para el enfoque MV-ASG, este corresponde al indicador ASG objetivo de 73,1; sin embargo, al cambiar este indicador, los resultados se pueden revertir, para mostrar una situación similar a lo encontrado en el periodo dentro de muestra. Además, estos resultados confirman también que el portafolio MV-ASG puede superar al índice de referencia en los periodos dentro y fuera de muestra, pero no siempre presentará un mejor desempeño que el portafolio MV, como ya había sido señalado por Ortas *et al.* (2014), Henriksson *et al.* (2019) y Cesarone *et al.* (2022).

Otro aspecto importante que se debe resaltar es el efecto que tiene el indicador ASG en el portafolio óptimo. Por ejemplo, a medida que el inversionista exige un mayor indicador ASG, la capacidad de diversificación del riesgo se ve limitada, ya que solo los activos con altos indicadores ASG tendrían pesos positivos dentro del portafolio.

Figura 5: Desempeño de los portafolios dentro y fuera de muestra

(a) Periodo dentro de muestra

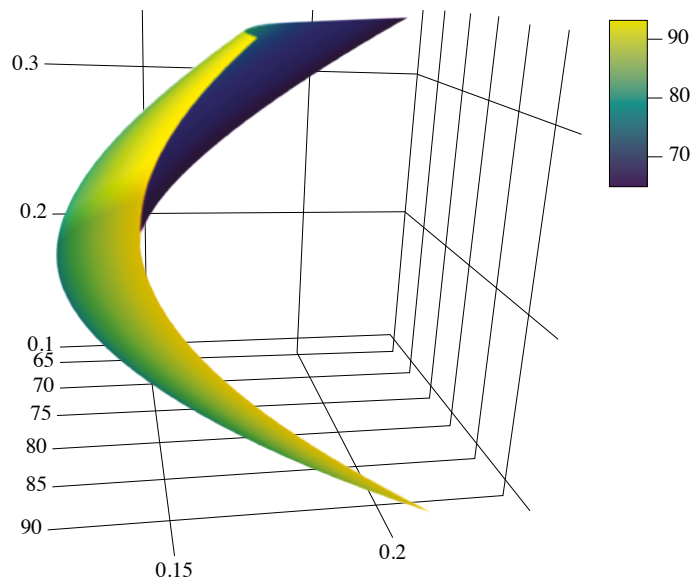




Fuente: elaboración propia.

Lo mismo sucede para portafolios con indicadores ASG bajos. En la figura 6 se presenta la superficie eficiente (SE), la cual muestra el efecto de los indicadores ASG (altos o bajos) en un plano tridimensional.

Figura 6: Superficie eficiente (SE) para diferentes indicadores ASG



Fuente: elaboración propia.

Allí se muestra que la capacidad de diversificación se ve limitada tanto para portafolios con indicadores ASG altos como bajos. La superficie muestra portafolios cada vez más al lado derecho a medida que se reduce o aumenta el indicador ASG, en comparación con su valor promedio. Este efecto se hace mucho más notable cuando se incorpora la restricción de pesos negativos dentro del portafolio.

### 3.3 Algunas limitaciones de los indicadores ASG

El creciente interés del uso de criterios ASG en la gestión de inversiones ha introducido cambios sustanciales en los requisitos de divulgación de información por parte de las empresas, así como mejoras en las capacidades de los proveedores de información para consolidar, analizar y calificar la información de carácter no financiero, las cuales se reflejan en un indicador o puntuación consolidado, como afirman Coqueret (2022) y Cesarone *et al.* (2022). Esto, sin duda, ha facilitado el acceso a esta información para cualquier interesado. Sin embargo, esta tarea aún representa un verdadero desafío para los proveedores de información, principalmente cuando se trata de capturar todas aquellas iniciativas o acciones que no son directamente observables en el mercado financiero. Además, no todas las compañías reportan la información con la misma frecuencia o calidad.

Un aspecto que llama la atención aquí –y que preocupa de forma notable a todos los participantes en el mercado– se debe a las grandes diferencias que se presentan en las calificaciones (o indicadores) que suministran los diferentes proveedores, ya que aún no existen estándares uniformes para garantizar la comparabilidad de esos criterios. Por tanto, esta falla puede agregar sesgos al proceso de incorporación de indicadores ASG para la construcción del portafolio. Además, puede existir cierto grado de favorabilidad hacia las compañías más grandes respecto a las pequeñas, ya que estas suelen presentar indicadores más altos<sup>17</sup>. Lo mismo sucede con las compañías de ciertos sectores como, por ejemplo, los sectores de petróleo, gas y de materiales, que pueden estar mucho más rezagadas, dada la naturaleza propia de sus procesos productivos.

---

17 Coqueret (2022) presenta una revisión detallada de estas preocupaciones.

## 4. Conclusiones

El modelo MV-ASG representa un gran avance teórico para la construcción de portafolios óptimos a partir de la relación riesgo-retorno-indicador ASG. Este enfoque permite a los inversionistas construir estrategias de inversión que incorporen preferencias adicionales para minimizar el impacto social y ambiental de sus inversiones. Ahora bien, independientemente de las desventajas que presenta un portafolio ASG respecto a los portafolios tradicionales MV dado su menor desempeño o menor diversificación del riesgo, cualquier iniciativa que brinde un retorno esperado (ajustado por riesgo) positivo, y que incluso es superior al de un *benchmark*, debe ser muy valorada. Los beneficios a mediano y largo plazo, no solo para los inversionistas que persiguen una ganancia de sus inversiones, sino para las futuras generaciones, serán enormes. Este es el verdadero deber fiduciario que se debe promover en el mercado financiero, y es punto central que se resalta de los principios de inversión responsable.

En este trabajo se encuentran resultados valiosos para seguir promoviendo estos principios orientados a la construcción de portafolios ASG. Por ejemplo, el modelo MV-ASG permite representar una relación positiva entre el indicador ASG y la relación riesgo-retorno del portafolio. Por tanto, el modelo permite construir portafolios que, aunque no son dominantes en el sentido MV, superan el desempeño de un *benchmark*. También se resalta el hecho de que la incorporación de estos criterios permite obtener mejores indicadores que cualquier portafolio que persiga solo la relación óptima riesgo-retorno.

Además, los criterios ASG hacen parte de las estrategias de inversión basadas en factores, ya que pueden derivarse de los mismos fundamentos económicos que las primas de factores (de mercado o estilo). Este campo de estudio aún no se ha explorado lo suficiente y puede abrir un campo potencial de futuros trabajos. Por ejemplo, así como se realiza una comparación directa entre el desempeño del portafolio tradicional MV y el ASG, también se podría evaluar si estos portafolios ASG generan resultados diferentes a los de los portafolios factoriales de referencia que no incluyen estos criterios.

## Referencias

- Acuerdo de París (2015). *United Nations framework convention on climate change*. [https://unfccc.int/sites/default/files/english\\_paris\\_agreement.pdf](https://unfccc.int/sites/default/files/english_paris_agreement.pdf)
- Alessandrini, F. y Jondeau, E. (2021). Optimal strategies for ESG portfolios. *The Journal of Portfolio Management*, 47(6), 114-138. <https://doi.org/10.3905/jpm.2021.1.241>
- Ballesteros, E., Bravo, M., Pérez-Gladish, B., Arenas-Parra, M. y Pla-Santamaría, D. (2012). Socially responsible investment: A multicriteria approach to portfolio selection combining ethical and financial objectives. *European Journal of Operational Research*, 216(2), 487-494. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2011.07.011>
- Bender, J., He, C., Ooi, C., y Sun, X. (2020). Reducing the Carbon Intensity of Low Volatility Portfolios. *Journal of Portfolio Management*, 46(3), 108-22. <https://doi.org/10.3905/jpm.2020.46.3.108>
- Branch, M., Goldberg, L. y Hand, P. (2019). A guide to ESG portfolio construction. *The Journal of Portfolio Management*, 45(4), 61-66. <https://doi.org/10.3905/jpm.2019.45.4.061>
- Caballero, A., Garcia, A., Salcedo, J. y Vercher, M. (2020). Tri-criterion model for constructing low-carbon mutual fund portfolios: A preference-based multi-objective genetic algorithm approach. *International Journal of Environmental Research and Public Health*, 17(17), 6324. <https://doi.org/10.3390/ijerph17176324>
- Calvo, C., Ivorra, C. y Liern, V. (2015). Finding socially responsible portfolios close to conventional ones. *International Review of Financial Analysis*, 40, 52-63. <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2015.03.014>
- Cesarone, F., Martino, M. y Carleo, A. (2022). Does ESG impact really enhance portfolio profitability? *Sustainability*, 14(4), 2050. <https://doi.org/10.3390/su14042050>
- Chen, L., Zhang, L., Huang, J., Xiao, H. y Zhou, Z. (2021). Social responsibility portfolio optimization incorporating ESG criteria. *Journal of Management Science and Engineering*, 6(1), 75-85. <https://doi.org/10.1016/j.jmse.2021.02.005>
- Coqueret, G. (2022). *Perspectives in sustainable equity investing*. CRC Press.

- De Spiegeleer, J., Höcht, S., Jakubowski, D., Reyners, S. y Schoutens, W. (2021). ESG: A new dimension in portfolio allocation. *Journal of Sustainable Finance & Investment*, 1-41. <https://doi.org/10.1080/20430795.2021.1923336>
- Fabozzi, F., Kolm, P., Pachamanova, D. y Focardi, S. (2007). *Robust Portfolio Optimization and Management*. John Wiley & Sons.
- Francis, C. J. y Kim, D. (2013). *Modern Portfolio Theory: Foundation, Analysis, and New Developments*. Wiley Finance.
- Gasser, S. M., Rammerstorfer, M. y Weinmayer, K. (2017). Markowitz revisited: Social portfolio engineering. *European Journal of Operational Research*, 258(3), 1181-1190. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.10.043>
- Gil-Bazo, J., Ruiz-Verdú, P. y Santos, A. A. (2010). The performance of socially responsible mutual funds: The role of fees and management companies. *Journal of Business Ethics*, 94(2), 243-263. <https://doi.org/10.1007/s10551-009-0260-4>
- Hartzmark, S. M. y Sussman, A. B. (2019). Do investors value sustainability? A natural experiment examining ranking and fund flows. *The Journal of Finance*, 74(6), 2789-2837. <https://doi.org/10.1111/jofi.12841>
- Henke, H. M. (2016). The effect of social screening on bond mutual fund performance. *Journal of Banking & Finance*, 67(1), 69-84. <https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2016.01.010>
- Henriksson, R., Livnat, J., Pfeifer, P. y Stumpp, M. (2019). Integrating ESG in portfolio construction. *The Journal of Portfolio Management*, 45(4), 67-81. <https://doi.org/10.3905/jpm.2019.45.4.067>
- Hirschberger, M., Steuer, R. E., Utz, S., Wimmer, M. y Qi, Y. (2013). Computing the nondominated surface in tri-criterion portfolio selection. *Operations Research*, 61(1), 169-183. <https://doi.org/10.1287/opre.1120.1140>
- Kolm, P., Tütüncü, R. y Fabozzi, F. (2014). 60 Years of portfolio optimization: Practical challenges and current trends. *European Journal of Operational Research*, 234(2), 356-371. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2013.10.060>
- Lagerkvist, C. J., Edenbrandt, A. K., Tibbelin, I. y Wahlstedt, Y. (2020). Preferences for sustainable and responsible equity funds-A choice experiment with Swedish



private investors. *Journal of Behavioral and Experimental Finance*, 28(1), 100406. <https://doi.org/10.1016/j.jbef.2020.100406>

Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *Journal of Finance*, 7(1), 77–91.

Markowitz, H. (1959). *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*. Wiley.

Naffa, H. y Fain, M. (2022). A factor approach to the performance of ESG leaders and laggards. *Finance Research Letters*, 44(1), 102073. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2021.102073>

Nofsinger, J. y Varma, A. (2014). Socially responsible funds and market crises. *Journal of Banking & Finance*, 48(1), 180-193. <https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2013.12.016>

Ortas, E., Moneva, J. M., Burritt, R. y Tingey-Holyoak, J. (2014). Does sustainability investment provide adaptive resilience to ethical investors? Evidence from Spain. *Journal of Business Ethics*, 124(2), 297-309. <https://doi.org/10.1007/s10551-013-1873-1>

Pedersen, L. H., Fitzgibbons, S. y Pomorski, L. (2021). Responsible investing: The ESG-efficient frontier. *Journal of Financial Economics*, 142(2), 572-597. <https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2020.11.001>

Sharpe, W. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *Journal of Finance*, 19(3), 425-442. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1964.tb02865.x>

Utz, S., Wimmer, M., Hirschberger, M., y Steuer, R. (2014). Tri-criterion inverse portfolio optimization with application to socially responsible mutual funds. *European Journal of Operational Research*, 234(2), 491-498. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2013.07.024>